تغير معاملات دالة الهدف c_{ij} لمسالة النقل وتأثيرها على الحل الأمثل للمسألة

د.مناف عبد المحسن عبد العزيز

كلية التربية –قسم الرياضيات/ جامعة المرقب

ملخص البحث

في هذا البحث نهتم بدراسة التأثير الحاصل على مسألة النقل والتي هي مسألة برمجة خطية من حيث نوع الحل وقيمة دالة الكلفة عندما تتغير قيمة معامل الكلفة (c_{ij}) بالزيادة أو النقصان ومن أجل هذا قمنا بدراسة 4 مسائل مختلفة في عدد متغيراتها وعدد قيودها واستعملنا طريقتين للحل الأولى تسمى (طريقة أقل الكلف) والثانية تسمى (طريقة فوجل) من أجل المقارنة بين نتائج الطريقتين من حيث الحل الذي يعطي أقل قيمة ممكنة لدالة الكلفة.

إن قيم معامل دالة الكلفة (c_{ij}) التي درست يمكن أن تقع في فترة واحدة أو تنقسم إلى فترتين أو إلى 3 فترات وفي كل حالة كان هناك نوع معين من الحل أو نوعين من الحل أو 3 انواع ويرافق كل نوع من الحلول قيمة لدالة الكلفة (z) وعلى هذا الأساس وجدنا عدة أنواع لما سنسسميه (نمط الحل) وهذه الأنماط وجدت وتكررت في نتائج المسائل المدروسة.

إن تغيير قيمة المعامل (c_{ij}) المراد منه الحصول على حل معين وهل سيكون هذا الحل مطابق للحل الابتدائي الذي حصلنا عليه باستعمال احدى الطريقتين المذكورتين أعلاه أم أنه حل مختلف وكذلك تحديد فيما إذا كانت قيمة دالة الكلفة الحالية هل هي مساوية للقيمة الابتدائية أم هي أقل منها أو أكبر منها .

ABSTRACT

In this work we care about the impact study on the transport problems (which is a linear programming problem) in terms of the type of solution and the value of the objective function when you change a value cost factor (c_{ij}) to increase or decrease, and for this purpose we study 4 different problems and for this we used two methods the first one called (The method of least cost) and the second one is called (The method of vogal)and we used these two method to compare between the solutions and which solution give us the least possible value for the objective function.

The values of the factor of the objective function that we've studied can exist in one period or more than one period ,and in each case there exist one kinds of solution or more than one solution and for each solution there exist a value of objective function. On this basis we found several types of (a pattern solution) and these patterns repeats at the results

of the problems To change the value of the factor (c_{ij}) to obtain a particular solution and to ask If this solution is the same as the initial solutions which we obtained by the two methods or is different and we must determine if the current value is equal to the initial value or less than or greater than.

1- المقدمة :-

مسالة النقل (الحالة العامة) :

إن صيغة وحل مسالة النقل كمسالة برمجة خطية يعتبر من أهم التطبيقات لتقنية البرمجة الخطية .وإن مسألة النقل تم صياغتها بواسطة العالم Hitchcock وان العالم Dantizg هو أول من صاغ مسالة النقل كمسألة برمجة خطية واستعمل (طريقة السمبلكس)$(SimplexMethod)$ بعد تكييفها لحل هذه المسألة.

والصيغة الرياضية لمسألة مسألة النقل هي كالتالي

قلل الكلفة

$$Z=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij}$$

تحت القيود

$$\left.\begin{array}{l}\sum x_{ij}=a_i\ ,i=1,2,\ldots,m\\ \sum x_{ij}=b_j\ ,j=1,2,\ldots,n\\ x_{ij}\geq 0\end{array}\right\}\longrightarrow \boxed{1}$$

حيث إن

$c_{ij}=$ كلفة نقل وحدة واحدة من المصدر (i) الى الوجهة (j) $=x_{ij}$.عدد الوحدات التي تنقل من المصدر (i) إلى الوجهة (j).

$a_i=$ مجموع عدد الوحدات التي تنقل من المصدر (i) .

$b_j=$ مجموع عدد الوحدات التي تصل إلى الوجهة (j).

يجب أن نعتبر أنّ الشرط التالي متحقق

$$\sum_{i=1}^{m}a_i=\sum_{j=1}^{n}b_j=A$$

وفي هذه الحالة تسمى المسألة بالمسألة المتوازنة.

وإن المسألة (1) هي مسألة برمجة خطية تحتوي $m+n$ معادلة و nm متغير .

ولحل مسألة النقل كمسألة برمجة خطية استحدثت طريقة سميت طريقة الزاوية الشمالية الغربية (Northwest corner rule) والتي اساسها هو طريقة السمبلكس وهناك طرق أخرى لحل مسالة النقل منها طريقة (أقل الكلف)(The method of least costs)وطريقة فوجل (The method of Vogal).

في كل طريقة من طرق الحل يوجد لأي مسألة من المسائل قيد الدرس مايسمى (الحل الابتدائي) وقيمة دالة الكلفة (z) لهذا الحل سنرمز لها بالرمز (H) .وعندما تتغير القيمة الابتدائية لأي معامل من معاملات دالة الكلفة (c_{ij}) والتي سنرمز لها بالرمز (K) تم الحصول على انواع من الحل تختلف عن الحل الابتدائي وكل حل مختلف سمي ب (الحل الجديد) ولكل حل جديد له (قيمة ابتدائية) لدالة الكلفة ومن بين جميع قيم دالة الكلفة المتحصل عليها حددنا القيمة الأقل ورمزنا لها بالرمز (M) .

في المسائل قيد البحث تم تحديد (9) أنماط من الحل .

المسألة الأولى :

سنأخذ مسألة النقل التالية

11	(10	(8	(6
14	(7	(9	(5
25	7	10	8

وجدنا أن لهذه المسألة 5 انواع من الحلول وهي كالتالي :

طريقة أقل الكلف:

1- النوع A-1: إن الحل الابتدائي هو كالتالي

11	1 (10	10 (8	(6
14	6 (7	(9	8 (5
25	7	10	8

وقيمة دالة الكلفة هي z=H=172.

إن المتغيرات الأساسية هي $x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{23}$.

2- النوع A-2:

إذا قلت قيمة c_{11} لتصبح $c_{11} \le 5$ فسيكون الحل كالتالي

وقيمة دالة الكلفة هي $z = 136 + 8c_{11}$ ، $136 \le z \le 176$

11	(10	3 (8	8 (?
14	7 (7	7 (9	(5
25	7	10	8

3- النوع A-3 :

إذا قلت قيمة c_{13} لتصبح $0 \le c_{13} \le 7$ فسيكون الحل كالتالي

وقيمة دالة الكلفة هي $z = 126 + 7c_{13}$ ، $126 \le z \le 175$

11	(? 7	4 (8	(6
14	(7	(9 6	(5 8
25	7	10	8

4- النوع A-4 :

إذا قلت قيمة c_{22} لتصبح $0 \le c_{22} \le 4$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z = 114 + 10c_{22}$ ، $114 \le z \le 154$

11	(10 7	(8	4 (6
14	(7	(? 10	(5 4
25	7	10	8

5- النوع A-5 :

إذا قلت قيمة c_{23} لتصبح $0 \le c_{23} \le 4$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z = 121 + 7c_{23}$ ، $121 \le z \le 149$

11	(10	10 (8	(6 1
14	(? 7	(9	(5 7
25	7	10	8

نتائج طريقة أقل الكلف:

الجدول (1)

قيمة cij الجديدة	قيمة z الجديدة	صيغة ال z	نوع الحل
$c_{11} \geq 6$	172	------	1-A
$c_{12} \geq 0$	$\boxed{z \geq 92}$	$92+10c_{12}$	1-A
$8 \leq c_{13} \leq 12$	$170 \leq z \leq 174$	$162+c_{13}$	1-A
$0 \leq c_{21} \leq 5$	$132 \leq z < 164$	$132+8c_{21}$	1-A
$c_{22} \geq 8$	172	------	1-A
$5 \leq c_{23} \leq 10$	$160 \leq z \leq 190$	$130+6c_{23}$	1-A
$c_{11} \leq 5$	$136 \leq z \leq 176$	$136+8c_{11}$	2-A
$6 \leq c_{21} \leq 9$	184	------	2-A
$0 \leq c_{13} \leq 7$	$126 \leq z \leq 175$	$126+7c_{13}$	3-A
$5 \leq c_{22} \leq 7$	$172 \leq z \leq 184$	$142+6c_{22}$	3-A
$0 \leq c_{22} \leq 4$	$\boxed{114 \leq z \leq 154}$	$114+10c_{22}$	4-A
$0 \leq c_{23} \leq 4$	$121 \leq z \leq 149$	$121+7c_{23}$	5-A

الاستنتاجات : المسألة 1 طريقة اقل الكلف

1- إن قيمة دالة الكلفة الابتدائية هي $\boxed{z = 172 = H}$.

2- إن أقل قيمة هي $(z = 92 = M)$ **عندما كانت** $c_{24} = 0$.

النمط الأول-2: **(انظر** c_{11} **)**

إذا قلت قيمة c_{ij} **لتصبح** $0 \leq c_{ij} \leq K-1$ **حصلنا على**

1- حل جديد .

2- قيمة z **تغيرت من** $z < H$ **إلى** $z > H$ **عند قيمة واحدة فقط.**

وبعد ذلك أصبحت $c_{ij} \geq K$ **فحصلنا على**

1- الحل الابتدائي. **2- قيمة** $z > H$.

النمط الأول-2: **(انظر** c_{13}, c_{23} **)**

إذا قلت قيمة c_{ij} **لتصبح** $0 \leq c_{ij} < K-3$ **حصلنا على**

1- حل جديد .

1.2- قيمة z **تغيرت من** $z < H$ **إلى** $z > H$ **عند قيمة واحدة**

فقط.

2.2 – قيمة $z < H$.

وبعد ذلك أصبحت قيمته في $K-2 \le c_{ij} < K+2$ فحصلنا على

1– الحل الابتدائي. 2– $H-2 < z < H+2$.

النمط الثاني : (انظر c_{21})

إذا قلت قيمة c_{ij} لتصبح $0 \le c_{ij} \le K$ حصلنا على

1– الحل الابتدائي. 2– قيمة $z < H$.

وبعد ذلك أصبحت $K-1 \le c_{ij} < K+4$ فحصلنا على

1– حل جديد. 2– قيمة $z > H$.

النمط الثالث: (انظر c_{12})

إذا كانت قيمة المعامل $c_{ij} \ge 0$ حصلنا على

1– الحل الابتدائي 2– قيمة z تغيرت من $z < H$ الى

$z > H$

النمط الرابع : (انظر c_{22})

إن الفترة $0 \le c_{ij} < K-2$ ستقسم إلى فترتين وفي كل منها

1– حل جديد.

1.2– في الفترة الأولى قيمة دالة الكلفة $z < H$.

2.2– في الفترة الثانية تكون القيمة $z \ge H$.

وإذا كانت $c_{ij} \ge \text{K-1}$ حصلنا على

1– الحل الابتدائي. 2– قيمة $z = H$.

2– طريقة فوجل :

5– إن (الحل الابتدائي) هو من النوع **5–A**

وقيمة دالة الكلفة هي $\boxed{z = 170 = H}$.

والمتغيرات الأساسية هي $x_{12}, x_{11}, x_{21}, x_{23}$.

6– النوع **6–A** :

إذا قلت قيمة c_{22} لتصبح $0 \le c_{22} \le 5$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=106+10c_{22}$ ، $106\le z\le 156$

11	3 (10	(8	8 (6
14	4 (7	10 (?	(5
25	7	10	8

نتائج طريقة فوجل: (المتغيرات الأساسية للنوع A–5)

الجدول (2)

قيمة cij الجديدة	قيمة z الجديدة	صيغة ال z	نوع الحل
$8\le c_{11}\le 9$	172	------	1–A
$0\le c_{21}\le 4$	$\boxed{132\le z\le 164}$	$8c_{21}+132$	1–A
$0\le c_{11}\le 4$	$136\le z\le 168$	$8c_{11}+136$	2–A
$c_{12}=9,10$	$187\le z\le 190$	$3c_{12}+160$	2–A
$c_{21}=7$	184	------	2–A
$5\le c_{11}\le 7$	$169\le z\le 171$	$c_{11}+164$	5–A
$0\le c_{12}\le 8$	$\boxed{90\le z\le 170}$	$10c_{12}+90$	5–A
$5\le c_{21}\le 6$	$170\le z\le 177$	$7c_{21}+135$	5–A
$0\le c_{23}\le 8$	$121\le z\le 170$	$7c_{23}+121$	5–A

المتغيرات الغير أساسية للنوع A–5:

الجدول (3)

قيمة cij الجديدة	قيمة z الجديدة	صيغة ال z	نوع الحل
$7\le c_{13}\le 9$	$169\le z\le 171$	$c_{13}+162$	1–A
$c_{22}=6,7$	$163\le z\le 170$	$7c_{22}+121$	2–A
$0\le c_{13}\le 6$	$\boxed{126\le z\le 161}$	$7c_{13}+126$	3–A

5–A	----------	170	$10 \le c_{13} \le 11$
5–A	-------	170	$8 \le c_{22} \le 10$
6–A	$10c_{22} + 106$	$\boxed{106 \le z \le 156}$	$0 \le c_{22} \le 5$

الاستنتاجات: **المسألة 1** **طريقة فوجل**

انظر الجداول 2,3

1– إن قيمة دالة الكلفة الابتدائية هي $\boxed{z = 170 = H}$.

2– إن أقل قيمة هي $(z = 90 = M)$ **عندما كانت** $c_{12} = 0$.

النمط الثاني: (**انظر** c_{12})

إذا أصبحت قيمة المعامل $c_{ij} \le K$ **حصلنا على**

1– الحل الابتدائي . **2– قيمة** $z \le H$.

وبعد ذلك إذا أصبحت $c_{ij} \ge K+1$ **فحصلنا على**

1– حل جديد . **2– قيمة** $z > H$.

النمط الثالث: (**انظر** c_{23})

إذا كانت قيمة المعامل $0 \le c_{ij} \le K+1$ **حصلنا على**

1– الحل الابتدائي. **2– قيمة** z **تغيرت من** $z < H$ **الى**

$z \ge H$.

النمط الرابع : (**انظر** c_{13})

وجد ان الفترة $0 \le c_{ij} \le K-4$ **فيها**

1– حل جديد . **2– قيمة** $z < H$

دائما .

والفترة الثانية $K-3 \le c_{ij} \le K-1$ **فيها**

1– حل جديد. **2– قيمة** z **تغيرت من** $z < H$ **الى**

$z \ge H$.

والفترة الثالثة $K \le c_{ij} \le K+1$ **وفيها**

1– الحل الابتدائي. **2– قيمة** $z = H$.

النمط الرابع : (**انظر** c_{22})

إن الفترة $0 \le c_{ij} \le K-2$ ستقسم إلى فترتين وفي كل منها

1- حل جديد. **1.2-** في الفترة الأولى قيمة $z < H$ دائما .

2.2- في الفترة الثانية تكون قيمة $z \le H$

.

والفترة الثالثة $K-1 \le c_{ij} \le K+1$ وفيها

1- الحل الابتدائي. **2-** قيمة $z = H$.

النمط السادس : (انظر c_{11}, c_{21})

وجد أن الفترة $0 \le c_{ij} \le K-2$ فيها

1- حل جديد . **2-** قيمة $z < H$ دائما.

والفترة الثانية $K-1 \le c_{ij} \le K+1$ فيها

1- الحل الابتدائي

1.2- قيمة z تغيرت من $z < H$ إلى $z \ge H$.

2.2- $z \ge H$ $(c_{21} \rightarrow)$

والفترة الثالثة $K+2 \le c_{ij} \le K+3$ كان فيها

1- حل جديد . **2-** قيمة $\mathbf{z > H}$

المسألة الثانية :

سنأخذ مسالة النقل التالية

15	(10	(20	(0	(10
25	(20	(9	(7	(12
5	(18	(16	(14	(0
45	10	15	15	5

وجدنا إن لهذه المسألة 5 أنواع من الحلول وهي كالتالي :

طريقة أقل الكلف:

1- النوع **1-B** : ان (الحل الابتدائي) هو كالتالي

15	(10	(20 0	(0 15	(10

25	10 (20	(9 15	(7	(12
5	(18	(16	(14	5 (0
45	10	15	15	5

وقيمة دالة الكلفة هي $\boxed{z=335=H}$.

والمتغيرات الأساسية هي $x_{12}, x_{13}, x_{23}, x_{24}, x_{31}, , x_{32}$.

2- النوع B-2 : إن الحل الثاني كالتالي

15	10 (10	5 (20	(0	(10
25	(20	(9 10	15 (7	(12
5	(18	(16	0 (14	5 (0
45	10	15	15	5

وستزداد قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=405$.

3- النوع B-3 :

اذا زادت قيمة c_{31} لتصبح $c_{31}\geq 12$ فسيكون الحل كالتالي

وستزداد قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=385$.

15	(11	(20 0	(0 15	(10
25	5 (20	15 (9	(7	5 (12
5	5 (18	(16	(14	(12
45	10	15	15	5

4- النوع B-4 :

اذا قلت قيمة c_{11} لتصبح $c_{11}=0$ فسيكون الحل كالتالي

وستزداد قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=360$

15	(11	(20	10 (0	5 (?

(12	5 (7	15 (9	5 (20	25
(0	(14	(16	5 (18	5
5	15	15	10	45

2- إذا غيرنا قيمة c_{32} أو c_{33} أو c_{34} (بالزيادة أو النقصان)

فلن يؤثر أي واحد منهم على الحل

نتائج طريقة أقل الكلف: (المتغيرات الأساسية للنوع 1-B)

الجدول (4)

نوع الحل	صيغة ال z	قيمة z الجديدة	قيمة cij الجديدة
1-B	$15c_{12}+335$	$335 \le z \le 455$	$0 \le c_{12} \le 8$
1-B	------	335	$c_{13} \ge 0$
1-B	$15c_{23}+200$	$200 \le z \le 575$	$0 \le c_{23} \le 25$
1-B	$10c_{24}+135$	$135 \le z \le 385$	$0 \le c_{24} \le 25$
1-B	$5c_{31}+335$	$335 \le z \le 395$	$0 \le c_{31} < 12$
2-B	------	405	$c_{12} > 8$
3-B	------	385	$c_{31} \ge 12$

المتغيرات غير الأساسية:

الجدول (5)

نوع الحل	--------	قيمة z الجديدة	قيمة cij الجديدة
1-B	--------	335	$c_{11} \ge 1$
1-B	--------	335	$c_{21} \ge 1$
1-B	--------	335	$c_{22} \ge 0$
1-B	--------	335	$c_{14} \ge 0$
3-B	$325+5c_{21}$	325	$c_{21} = 0$
4-B	$360+5c_{11}$	360	$c_{11} = 0$

الاستنتاجات: المسالة 2 طريقة اقل الكلف

انظر الجداول 4,5
1- إن قيمة دالة الكلفة الابتدائية هي $\boxed{z=335=H}$.
2- إن أقل قيمة هي $(z=135=M)$ عندما كانت $c_{24}=0$.
النمط الأول-1: (انظر c_{21} ، c_{11})
إذا قلت قيمة c_{ij} لتصبح $c_{ij}=0$ حصلنا على
1- حل جديد. 1.2 قيمة $z>H$.
2.2 قيمة $z<H$ (
$(c_{21}\rightarrow$
وبعد ذلك زادت قيمة c_{ij} فحصلنا على
1- الحل الابتدائي 2- قيمة $z=H$.
النمط الثاني : (انظر c_{12}، c_{31})
وجدنا فترتين من قيم c_{ij} ، الفترة الأولى فيها
1- الحل الابتدائي 2- قيمة $z\geq H$.
وفي الفترة الثانية حصلنا على
1- حل جديد 2- $z\geq H$.
النمط الثالث: (انظر c_{24},c_{23}) (انظر c_{14},c_{13},c_{22})
إذا كانت قيمة المعامل $c_{ij}\geq 0$ حصلنا على
1- الحل الابتدائي.
1.2- قيمة $z=H$. 2.2- قيمة z تغيرت من $z<H$ الى
$z\geq H$.

طريقة فوجل:

5- النوع B-5 : ان (الحل الابتدائي) هو كالتالي

15	(10 10	(20	(0 5	(10
25	(20	(9 15	(7 10	(12
5	(18	(16	(14 0	(0 5
45	10	15	15	5

وقيمة دالة الكلفة هي $\boxed{z=305=H}$.

والمتغيرات الأساسية هي $x_{12}, x_{14}, x_{22}, x_{23}, x_{31}$

نتائج طريقة فوجل: (المتغيرات الأساسية للنوع B-5)

الجدول (6)

نوع الحل	صيغة ال z	قيمة z الجديدة	قيمة cij الجديدة
1-B	355	355	$c_{12}=1,2$
1-B	--------	$\boxed{335}$	$c_{14}=11$
1-B	$200+15c_{23}$	$350\le z\le 365$	$c_{23}=10,11$
1-B	$335+5c_{31}$	$z\ge 340$	$c_{31}\ge 1$
5-B	$305+5c_{12}$	305	$c_{12}=0$
5-B	$305+5c_{12}$	320	$c_{12}=3$
5-B	$205+10c_{14}$	$205\le z\le 305$	$0\le c_{14}\le 10$
5-B	$235+10c_{22}$	$235\le z\le 325$	$0\le c_{22}\le 9$
5-B	$170+15c_{23}$	$\boxed{170\le z\le 305}$	$0\le c_{23}\le 9$
5-B	$305+5c_{31}$	305	$c_{31}=0$

المتغيرات غير الأساسية:

الجدول (7)

قيمة cij الجديدة	قيمة z الجديدة	نوع الحل
$c_{13}=9$	335	1–B
$c_{24}=11,20,21$	$10c_{24}+135$	1–B
$0\le c_{32}\le 10$	335	1–B
$c_{33}=0,5,9,10$	335	1–B
$c_{13}=1$	$5c_{13}+305$	2–B
$c_{11}\ge 0$	305	5–B
$c_{13}=2,3,7,8$	305	5–B
$0\le c_{21}\le 12$	305	5–B
$c_{24}=0,\ 1,\ 10$	305	5–B
$c_{32}>10$	305	5–B
$c_{33}>10$	305	5–B
$0\le c_{34}\le 20$	305	5–B

الاستنتاجات: المسألة 2 طريقة فوجل

انظر الجداول 6،7

1– إن قيمة دالة الكلفة الابتدائية هي $z=305=H$.

2– إن أقل قيمة هي $(z=170=M)$ عندما كانت $c_{23}=0$.

النمط الأول–3 : (انظر c_{32},c_{33})

قسمت قيم c_{ij} إلى فترتين، الفترة الأولى كان فيها

1– حل جديد. 2– قيمة $z>H$.

وفي الفترة الثانية حصلنا على

1– الحل الابتدائي. 2– قيمة $z=H$

النمط الثاني : (انظر c_{24})

قسمت قيم c_{ij} إلى فترتين، الفترة الأولى كان فيها

1– الحل الابتدائي. 2– قيمة $z=H$.

وفي الفترة الثانية حصلنا على

1- حل جديد. 2- قيمة $z > H$.

النمط الثاني : (انظر c_{23}, c_{14})

إذا اصبحت قيمة المعامل $c_{ij} \le K$ حصلنا على

1- الحل الابتدائي. 2- قيمة $z \le H$.

وبعد ذلك زادت قيمة c_{ij} فحصلنا على

1- حل جديد . 2- قيمة $z > H$.

النمط الثاني : (انظر c_{31})

إذا كانت قيمة المعامل $c_{ij} = 0 = K$ حصلنا على

1- الحل الابتدائي. 2- قيمة $z = H$.

وبعد ذلك زادت قيمة c_{ij} فحصلنا على

1- حل جديد. 2- قيمة $z > H$

.

النمط الثالث: (انظر c_{11}, c_{21}, c_{34})

إذا كانت قيمة المعامل $c_{ij} \ge 0$ حصلنا على

1- الحل الابتدائي. 2- قيمة $z = H$.

النمط الثالث: (انظر c_{22})

إذا كانت قيمة المعامل $0 \le c_{ij} \le K+2$ حصلنا على

1- الحل الابتدائي .

2- قيمة z تغيرت من $z < H$ إلى $z \ge H$.

النمط الخامس : (انظر c_{12})

إذا كانت قيمة المعامل $c_{ij} = K = 0$ حصلنا على

1- الحل الابتدائي. 2- قيمة $z = H$.

إذا كانت قيمة المعامل $c_{ij} = K+1, K+2$ حصلنا على

1- حل جديد 2- قيمة $z > H$

.

إذا كانت قيمة المعامل $c_{ij} = K+3$ حصلنا على

1- الحل الابتدائي. 2- قيمة $z = H$.

النمط السادس : (انظر c_{13})
إذا كانت قيمة المعامل $c_{ij}=1$ حصلنا على
1- حل جديد 2- قيمة $z>H$.
إذا كانت $1\le c_{ij}\le 8$ حصلنا على
1- الحل الابتدائي. 2- قيمة $z=H$.
إذا كانت $c_{ij}=9$ حصلنا على
1- حل جديد . 2- قيمة $z>H$.

المسألة الثالثة :

سنأخذ مسألة النقل التالية

10	5 (1	(2	
25	(3	(4	(7
20	(4	(2	(6
55	22	18	15

وجدنا أن لهذه المسألة 10 أنواع من الحلول وهي كالتالي :

والمتغيرات الأساسية هي $x_{12},x_{21},x_{23},x_{31},x_{32}$

طريقة أقل الكلف:

1- النوع 1-C : إن (الحل الابتدائي) هو كالتالي

10	(5	(1 10	(2
25	(3 22	(4	(7 3
20	(4	(2 8	(6 12
55	22	18	15

وقيمة دالة الكلفة هي $\boxed{z=185=H}$.

2- النوع 2-C:

إذا قلت قيمة c_{11} لتصبح $c_{11}=0,1$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $\boxed{z=10c_{11}+135}$ ، $z=135,145$.

10	(5	(1	10 (?
25	(3 22	(4	3 (7
20	(4	(2 18	2 (6
55	22	18	15

3- النوع C-3:

إذا قلت قيمة c_{13} لتصبح $c_{13}=0$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $\boxed{z=10c_{13}+175}$ ، $z=175$.

10	10 (0	(1	(2
25	12 (3	(4	13 (7
20	(4	18 (2	2 (6
55	22	18	15

4- النوع C-4:

إذا قلت قيمة c_{21} لتصبح $c_{21}=0$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $\boxed{z=15c_{21}+104}$ ، $z=104$.

10	(5	(1 10	(2
25	10 (3	(4	15 (0
20	12 (4	(2 8	(6
55	22	18	15

والمتغير x_{21} كان ومازال اساسي.

5- النوع C-5:

إذا قلت قيمة c_{22} لتصبح $c_{22}=0$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $\boxed{z=18c_{22}+131}$ ، $z=131$.

10 (2	(1	(5	10
(7	(0 18	7 (3	25
5 (6	(2	(4 15	20
15	18	22	55

6- النوع C -6:

إذا قلت قيمة c_{22} لتصبح $c_{22}=1,2$ فسيكون الحل كالتالي

وقيمة دالة الكلفة هي $\boxed{z=8c_{22}+171}$ $z=179,187$.

(2	(1 10	(5	10
(7	(? 8	17 (3	25
15 (6	(2	5 (4	20
15	18	22	55

7- النوع C-7:

إذا قلت قيمة c_{31} لتصبح $c_{31}=0,1,2$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $\boxed{z=98+15c_{31}}$.

(2	(1 10	(5	10
(7	(4 3	(3 22	25
15 (?	(2 5	(4	20
15	108	22	55

والمتغير x_{31} كان ومازال أساسي.

8- النوع C-8:

إذا قلت قيمة c_{33} لتصبح $c_{33}=0,1,2$ فسيكون الحل كالتالي

10	(5	(1 10	(2
25	(3 2	(4 8	(7 15
20	(? 20	(2	(6
55	22	18	15

وقيمة دالة الكلفة هي $z=153+20c_{33}$ و $153\le z\le 193$

والمتغيرات $x_{11},x_{22},x_{13},x_{33}$ أصبحت أساسية .

نتائج طريقة أقل الكلف: (المتغيرات غير الأساسية للنوع C-1)

الجدول (8)

نوع الحل	صيغة z	قيمة z الجديدة	قيمة cij الجديدة
C-1		185	$c_{11}\ge 2$
C-1		185	$c_{13}\ge 1$
C-1		185	$c_{22}\ge 3$
C-2	$135+10c_{11}$	135,145	$c_{11}=0,1$
C-3	$175+10c_{13}$	175	$c_{13}=0$
C-5	$131+18c_{22}$	131	$c_{22}=0$
C-6	$171+8c_{22}$	179,187	$c_{22}=1,2$
C-8	$153+20c_{33}$	153,173,193	$c_{33}=0,1,2$

المتغيرات الأساسية للنوع C-1:

الجدول (9)

نوع الحل	صيغة ال z	قيمة z الجديدة	قيمة cij الجديدة

1–C	$175+10c_{12}$	175	$c_{12}=0,1$
1–C	$164+3c_{21}$	176,179	$c_{21}=4,5,6,7$
1–C	$\boxed{119+22c_{23}}$	$z\geq 119$	$c_{23}\geq 0$
1–C	$113+12c_{31}$	$149\leq z\leq 197$	$3\leq c_{31}\leq 7$
1–C	$169+8c_{32}$	≥ 177	$c_{32}\geq 1$
2–C	------	155	$c_{12}\geq 2$
2–C	$119+18c_{32}$	119	$c_{32}=0$
3–C	$134+13c_{21}$	$147\leq z\leq 173$	$c_{21}=1,2,3$
4–C	$\boxed{104+15c_{21}}$	$\boxed{104}$	$c_{21}=0$
7–C	$98+15c_{31}$	$98\leq z\leq 128$	$c_{31}=0,1,2$

الاستنتاجات: **المسألة 3** **طريقة أقل الكلف**

انظر الجداول 8,9

1– إن قيمة دالة الكلفة الابتدائية هي $H=185=z$.

2– إن أقل قيمة هي $(z=98=M)$ **عندما كانت** $c_{31}=0$.

النمط الأول : **(انظر** c_{11} **)**

إذا اصبحت قيمة $0\leq c_{ij}\leq$ K-1 **حصلنا على**

1– حل جديد . **2– قيمة** $z<$ H .

وبعد ذلك زادت قيمة c_{ij} **فحصلنا على**

1– الحل الابتدائي. **2– قيمة** $z=H$

النمط الأول –1: **(انظر** c_{13},c_{32} **)**

إذا قلت قيمة c_{ij} **لتصبح** $c_{ij}=0$ **حصلنا على**

1– حل جديد . **2– قيمة** $z<$ H .

وبعد ذلك زادت قيمة c_{ij} **فحصلنا على**

1– الحل الابتدائي. **2– قيمة** $z=$ H .

النمط الأول : **(انظر** c_{31} **)**

قسمت قيم c_{ij} **إلى فترتين، الفترة الأولى كان فيها**

1– حل جديد. **2– قيمة** $z<$ H .

وفي الفترة الثانية حصلنا على

1– الحل الابتدائي. 2– قيمة $z < \mathrm{H}$

النمط الأول–2 : (انظر c_{33})

إذا أصبحت قيمة $0 \le c_{ij} \le \mathrm{K}-2$ حصلنا على

1– حل جديد .

2– قيمة z تغيرت من $z < H$ إلى $z \ge H$.

وبعد ذلك زادت قيمة c_{ij} فحصلنا على

1– الحل الابتدائي. 2– قيمة $z = H$.

النمط الثالث: (انظر c_{23})

إذا كانت قيمة $c_{ij} \ge 0$ حصلنا على

1– حل الابتدائي .

2– قيمة z تغيرت من $z < H$ إلى $z \ge H$.

النمط الرابع : (انظر c_{21}, c_{22})

إذا قلت قيمة c_{ij} لتصبح $c_{ij} = 0$ حصلنا على

1– حل جديد . 2– قيمة $z < \mathrm{H}$.

وزادت قيمة c_{ij} لتصبح $1 \le c_{ij} \le K-4$ فحصلنا على

1– حل جديد . 1.2– قيمة $z < \mathrm{H}$.

2.2 – قيمة $z < \mathrm{H}$ او $z > H$.

وزادت قيمة c_{ij} لتصبح $c_{ij} \ge K-3$ فحصلنا على

1– الحل الابتدائي. 2– قيمة $z = H$.

النمط السابع : (انظر c_{12})

إذا قلت قيمة c_{ij} لتصبح $c_{ij} = 0$ حصلنا على

1– الحل الابتدائي. 2– قيمة $z < \mathrm{H}$.

وبعد ذلك أصبحت $c_{ij} = 1$ فحصلنا على

1– الحل الابتدائي. 2– قيمة $z = \mathrm{H}$.

وبعد ذلك زادت قيمة c_{ij} فحصلنا على

1– حل جديد . 2– قيمة $z < \mathrm{H}$.

طريقة فوجل :

1- إن الحل الابتدائي هو من (النوع C-2)

وقيمة دالة الكلفة هي $\boxed{z=155=H}$.

9- النوع C-9:

إذا قلت قيمة c_{21} **لتصبح** $0\le c_{21}\le 6$ **فسيكون الحل كالتالي**

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=124+5c_{21}$، $124\le z\le 154$

10	(5	(1	(2 10
25	(3 20	(4	(? 5
20	(4 2	(2 18	(6
55	22	18	15

10- النوع C-10 :

إذا زادت قيمة c_{21} **لتصبح** $c_{21}=8$ **فسيكون الحل كالتالي**

وستزداد قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=158$.

10	(5	(1	10 (2
25	(3 22	3 (4	(8
20	(4	(2 15	5 (6
55	22	18	15

10- النوع **11-C** :

إذا قلت قيمة c_{33} **لتصبح** $c_{33}=0$ **فسيكون الحل كالتالي**

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=133+20c_{33}$ $z=133$.

(2 **10**	(1	(5	**10**
5 (7	(4 **18**	**2** (3	**25**
(6	(2	(0 **20**	**20**
15	**18**	**22**	**55**

نتائج طريقة فوجل: (المتغيرات الاساسية للنوع **2-C**)

الجدول (10)

نوع الحل	صيغة ال z	قيمة z الجديدة	قيمة cij الجديدة
1-C	-----	185	$5 \le c_{11} \le 7$
2-C	$\boxed{135+10c_{11}}$	$135 \le z \le 165$	$0 \le c_{11} \le 3$
2-C	$134+3c_{21}$	155	$c_{21}=7$
2-C	$89+22c_{23}$	$89 \le z \le 200$	$c_{23}=0,1,2,3$
2-C	$143+2c_{31}$	151,159	$c_{31}=4,8$
4-C	$104+15c_{21}$	104,119	$c_{21}=0,1$
7-C	$15c_{31}+98$	$98 \le z \le 128$	$c_{31}=0,2$
9-C	$124+5c_{21}$	$134 \le z \le 154$	$2 \le c_{21} \le 6$
10-C	**-----**	158	$c_{21}=8$
10-C	$128+5c_{31}$	$133 \le z \le 153$	$c_{31}=1,3,5$

المتغيرات غير الأساسية للنوع 2-C:

الجدول (11)

قيمة cij الجديدة	قيمة z الجديدة		نوع الحل
$0 \le c_{12} \le 3$	155		2-C
$c_{13} = 0,1,5,6$	155		2-C
$c_{22} = 3,4,5$	155		2-C
$c_{33} = 2,3$	155		2-C
$c_{22} = 0,1,2$		$131+18c_{22}$	5-C
$c_{33} = 1,2$	153,155	$151+2c_{33}$	9-C
$c_{33} = 0$	133	$133+20c_{33}$	11-C

الاستنتاجات: المسألة 3 طريقة فوجل

انظر الجداول 10,11

1- إن قيمة دالة الكلفة الابتدائية هي $H=155=z$.

2- إن أقل قيمة هي $(M=98=z)$ عندما كانت $c_{31}=0$.

النمط الثاني : (انظر c_{11})

إذا أصبحت قيمة المعامل $0 \le c_{ij} \le K+1$ حصلنا على

1- الحل الابتدائي.

2- كانت قيمة $z \le H$ ثم زادت لتصبح $z > H$.

وبعد ذلك زادت قيمة cij فحصلنا على

1- حل جديد . 2- قيمة $z > H$.

النمط الثالث : (انظر c_{12}, c_{13})

إذ كانت قيمة المعامل $c_{ij} \ge 0$ حصلنا على

1- الحل الابتدائي . 2- قيمة $z = H$.

النمط الثامن : (انظر c_{21})

إذا قلت قيمة c_{ij} لتصبح $0 \le c_{ij} \le 1$ حصلنا على

1- حل جديد . 2- قيمة $z < H$.

وزادت قيمته لتصبح $2 \le c_{ij} \le 6$ فحصلنا على

1- حل جديد . 2- قيمة $z < H$.

وزادت قيمته لتصبح $c_{ij} = 7$ فحصلنا على

1- الحل الابتدائي . 2- قيمة $z = H$.

وإذا أصبحت قيمته $c_{ij} = 8$ حصلنا على

1- حل جديد . 2- قيمة $z > H$.

4- إن قيم مختلفة ل c_{ij} تعطي حلول مختلفة وإن قيمة دالة الكلفة تكون أقل من قيمها الابتدائية في الغالب. (انظر c_{31})

5-حصلنا على حلين مختلفين بقيمتين مختلفتين ل Z.

وفي حالة أخرى حصلنا على حلين مختلفين وبنفس قيمة Z

(انظر c_{33})

المسألة الرابعة :

سنأخذ مسألة النقل التالية

150	(11	(7	(3	(2
125	(6	(5	(12	(0
75	(9	(3	(1	(14
50	(8	(5	(2	(10
400	200	80	20	100

وجدنا أن لهذه المسألة 22 نوع من الحلول وهي كالتالي :

طريقة أقل الكلف:

1- النوع 1-D : إن الحل الابتدائي هو كالتالي

150	(11 150	(7	(3	(2
125	(6	(5 25	(12	(0 100
75	(9	(3 55	(1 20	(14

50	(8 50	(5	(2	(10
400	200	80	20	100

وقيمة دالة الكلفة هي $\boxed{z=2360=H}$.

المتغيرات الأساسية هي $x_{14}, x_{21}, x_{23}, x_{32}, x_{33}, x_{44}$.

2- النوع 2-D:

إذا زادت قيمة c_{21} لتصبح $c_{21} \geq 2$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=2060$.

150	(11 50	(7	(3	(2 100
125	(6 100	(5 25	(12	(?
75	(9	(3 55	(1 20	(14
50	(8 50	(5	(2	(10
400	200	80	20	100

3- النوع 3-D:

إذا زادت قيمة c_{32} لتصبح $c_{32} \geq 3$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=2300$.

150	150 (11	(7	(3	(2
125	20 (6	(5 5	(12	(0 100
75	(9	(3 75	(?	(14
50	30 (8	(5	20 (2	(10
400	200	80	20	100

4- النوع 4-D:

إذا زادت قيمة c_{23} لتصبح $c_{23}=6$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=2310$.

150	150 (11	(7	(3	(2
125	25 (6	(6	(12	(0 100
75	(9	(3 55	20 (1	(14
50	(8 25	(5 25	(2	(10
400	200	80	20	100

5- النوع 5-D:

إذا قلت قيمة c_{12} لتصبح $c_{12}=0,1$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=2200,2220$, $2200+20c_{12}$

150	130 (11	(7	(? 20	(2
125	20 (6	5 (5	(12	(0 100
75	(9	(3 75	(1	(14
50	50 (8	(5	(2	(10
400	200	80	20	100

6- النوع 6-D:

إذا قلت قيمة c_{13} لتصبح $0\le c_{13}\le 3$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=80c_{13}+1835$

150	70 (11	(? 80	(3	(2

125	(6 25	(5	(12	(0 100
75	(9 55	(3	(1 20	(14
50	(8 50	(5	(2	(10
400	200	80	20	100

ملاحظة: إن الحل من النوع D–6 تم الحصول عليه لأن قيمة $0 \le c_{13} \le 3$ وموقعها جعلها تسبق إحدى قيم c_{ij} التي كانت موجودة في الحل من النوع الأول .

7– النوع D–7:

إذا قلت قيمة c_{13} لتصبح $c_{13} = 4{,}5$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z = 25c_{13} + 2110$

150	(11 125	(? 25	(3	(2
125	(6 25	(5	(12	(0 100
75	(9	(3 55	(1 20	(14
50	(8 50	(5	(2	(10
400	200	80	20	100

8– النوع D–8:

إذا قلت قيمة c_{22} لتصبح $c_{22} = 0{,}1$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z = 20c_{22} + 2300$

150	(11 150	(7	(3	(2

125	(6	(5 5	(? 20	(0 100
75	(9	(3 75	(1	(14
50	(8 50	(5	(2	(10
400	200	80	20	100

9- النوع D-9:

إذا قلت قيمة c_{34} **لتصبح** $c_{34}=0$ **فسيكون الحل كالتالي**

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=1865+1865+75c_{34}$.

150	(11 125	(3 25	(3	(2
125	(6	(5 25	(12	(0 100
75	(0 75	(3	(1	(14
50	(8	(5 30	(2 20	(10
400	200	80	20	100

10- النوع D-10:

إذا قلت قيمة c_{34} **لتصبح** $c_{34}=1$ **فسيكون الحل كالتالي**

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=2080$، $2025+55c_{34}$

150	(11 145	(3 5	(3	(2
125	(6	(5 25	(12	(0 100
75	(1 55	(3	(1	(14

			20	
50 (8		50 (5	(2	(10
400	200	80	20	100

22- النوع 22-D :

إذا قلت قيمة c_{43} لتصبح $c_{43}=0$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=2135+50c_{43}$.

150 0 (11 150	(7	(3	(2	
125	25 (6	(5	(12	(0 100
75	25 (9	30 (3	20 (1	(14
50	(8	50 (0	(2	(10
400	200	80	20	100

نتائج طريقة اقل الكلف : (المتغيرات الأساسية للنوع 1-D)

الجدول (12)

نوع الحل	صيغة ال z	قيمة z الجديدة	قيمة cij الجديدة
1-D	$710+150c_{14}$	$710\le z\le 2510$	$0\le c_{14}\le 12$
1-D	$2360+100c_{21}$	$2360\le z\le 2460$	$c_{21}=0,1$
1-D	$2235+25c_{23}$	$2235\le z\le 2360$	$0\le c_{23}\le 5$
1-D	$2195+55c_{33}$	$2250\le z\le 2360$	$1\le c_{33}\le 5$
1-D	$1960+50c_{44}$	$1960\le z\le 2310$	$0\le c_{44}\le 10$
1-D	------	2360	$c_{24}=6,7$
1-D	$2340+20c_{32}$	$2340\le z\le 2380$	$0\le c_{32}\le 2$
2-D	------	2060	$c_{21}\ge 2$
3-D	------	2300	$c_{32}\ge 3$

4–D	------	2310	$c_{23}=6,7$
4–D	$2160+25c_{24}$	$2160\le z\le 2285$	$0\le c_{24}\le 5$
5–D	$2035+75c_{33}$	2035	$c_{33}=0$

الحل من النوع 1–D (الحل الابتدائي) هو الحل الأكثر شيوعا من بين جميع الحلول المتحصل عليها.

استنتاج : المتغيران x_{31},x_{41} ظهرا كمتغيرين غير أساسين في جميع الحلول والسبب في ذلك هو تأثير قيم $c_{11},c_{21}=0$ على الحل الأمثل .

نتائج طريقة أقل الكلف: (المتغيرات غير الأساسية للنوع 1–D)

الجدول (13)

نوع الحل	صيغة ال z	قيمة z الجديدة	قيمة cij الجديدة
1–D	------	2360	$c_{11}=1,2$
1–D	------	2360	$c_{12}=2,3$
1–D	------	2360	$c_{13}=6,7,8$
1–D	------	2360	$c_{22}=2,3,12$
1–D	------	2360	$c_{31}\ge 0$
1–D	------	2360	$c_{34}\ge 3$
1–D	------	2360	$0\le c_{41}\le 10$
1–D	------	2360	$c_{42}=1,2$
1–D	------	2360	$c_{43}=5$
2–D	$1860+100c_{11}$	1860	$c_{11}=0$
3–D	$2260+20c_{42}$	2260	$c_{42}=0$
4–D	-----	2335	$c_{42}=3,4$
4–D	$2185+25c_{43}$	$2260\le z\le 2285$	$c_{43}=3,4$
5–D	------	2200, 2220	$c_{12}=0,1$
6–D	$1835+80c_{13}$	$1835\le z\le 2075$	$0\le c_{13}\le 3$
7–D	$2110+25c_{13}$	$2210\le z\le 2235$	$c_{13}=4,5$

7–D	-------	2285	$c_{34}=2$
9–D	$1865+75c_{34}$	1865	$c_{34}=0$
10–D	$2025+55c_{34}$	2080	$c_{34}=1$
23–D	$2135+50c_{43}$	$2135\le z\le 2235$	$c_{43}=0,1,2$

الاستنتاجات: **المسألة 4** **طريقة أقل الكلف**

انظر الجداول 12,13

1- إن قيمة دالة الكلفة الابتدائية هي $(z=2360=H)$

2- إن أقل قيمة هي $(z=710=M)$ **عندما كانت** $c_{14}=0$.

3- إن أقل قيمة ابتدائية لدالة الكلفة هي $z=1835$.

3- إذا قلت قيمة c_{ij} **لمتغير أساسي في النوع 1–D فستكون قيمة** $z<H$.

5- إن قيمة دالة الكلفة كانت $z<H$ **لجميع الحلول الجديدة.**

6- إن تحديد المتغير الأساسي في النوع الأول والذي له أكبر قيمة ل

$(c_{ij}.x_{ij})$ **مثلا** (11.150) **سيجعل قيمة دالة الكلفة أقل ما يمكن.**

النمط الأول–1: (**انظر** c_{21} ، c_{11})

إذا قلت قيمة c_{ij} **لتصبح** $c_{ij}=0$ **حصلنا على**

1– حل جديد. **1.2 قيمة** $z>H$.

2.2 قيمة $z<H$ $(c_{21}\rightarrow)$

وبعد ذلك زادت قيمة c_{ij} **فحصلنا على**

1– الحل الابتدائي **2– قيمة** $z=H$.

النمط الأول–1 : (**انظر** c_{24},c_{33},c_{11})

إذا قلت قيمة المعامل c_{ij} **لتصبح** $c_{ij}=0$ **حصلنا على**

1– حل جديد . **2–** $z<H$

وبعد ذلك زادت قيمة c_{ij} **لتصبح** $c_{ij}\ge 1$ **فحصلنا على**

1– الحل الابتدائي

1.2– وكانت قيمة $z<H$ **وزادت لتصبح** $z>H$.

2.2- $z = H$.
النمط الأول-1 : (انظر c_{22}, c_{12})
إذا قلت قيمة المعامل c_{ij} لتصبح $c_{ij} = 0,1$ حصلنا على
1- حل جديد . 2- $z < H$
وبعد ذلك زادت قيمة c_{ij} لتصبح $c_{ij} \geq 2$ فحصلنا على
1- الحل الابتدائي 2- $z = H$.
النمط الثاني : (انظر c_{21})
إذا زادت قيمة المعامل c_{ij} (قليلا) حصلنا على
1- الحل الابتدائي 2- قيمة $z \geq H$.
وبعد ذلك زادت قيمة c_{ij} لتصبح $c_{ij} > K$ فحصلنا على
1- حل جديد . 2- قيمة $z < H$.
النمط الثاني : (انظر c_{23}, c_{32})
إذا زادت قيمة المعامل لتصبح $0 \leq c_{ij} \leq K$ حصلنا على
1- الحل الابتدائي 2- قيمة $z \leq H$.
وبعد ذلك زادت قيمة c_{ij} لتصبح $c_{ij} > K$ فحصلنا على
1- حل جديد . 1.2- قيمة $z \leq H$.
2.2- قيمة $z < H$.
النمط الثالث: (انظر c_{44})
إذا قلت قيمة المعامل لتصبح $c_{ij} \geq 0$ حصلنا على
1- الحل الابتدائي .
2- زادت قيمة c_{ij} من $z < H$ الى $z \geq H$.
النمط الثالث: (انظر c_{31}, c_{41})
إذا كانت $c_{ij} \geq 0$ حصلنا على
1- الحل الابتدائي . 2- قيمة $z = H$.
النمط الرابع : (انظر c_{13})
إذا كانت $0 \leq c_{ij} \leq 3$ حصلنا على
1- حل جديد 2- $z < H$.
وإذا كانت $4 \leq c_{ij} \leq 5$ حصلنا على

1- حل جديد **2-** $z < H$.

وإذا كانت $c_{ij} \geq \text{K-1}$ **حصلنا على**

1- الحل الابتدائي **2-** $z = H$.

النمط التاسع : (انظر c_{34})

إذا قلت c_{ij} **لتصبح** $0 \leq c_{ij} \leq 2$ **حصلنا على**

ثلاثة فترات في كل واحدة منها وجد

1- حل جديد. **2- قيمة** $z < H$.

وبعد ذلك أصبحت $c_{ij} \geq 3$ **فحصلنا على**

1- الحل الابتدائي. **2- قيمة** $z = H$.

طريقة فوجل:

11) النوع D-11 : إن الحل الابتدائي هو كالتالي

150	125 (11	(7 5	20 (3	(2
125	25 (6	(5	(12	(0 100
75	(9	(3 75	(1	(14
50	50 (8	(5	(2	(10
400	200	80	20	100

وقيمة دالة الكلفة هي $\boxed{z = 2245 = H}$.

المتغيرات الأساسية هي $x_{13}, x_{12}, x_{14}, x_{21}, x_{24}, x_{33}, x_{44}$.

12- النوع D-12 :

إذا قلت قيمة c_{13} **لتصبح** $c_{13} = 2,3,4,5$ **فسيكون الحل كالتالي**

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z = 1875 + 80c_{13}$.

150	70 (11	(7 80	(3	(2
125	25 (6	(5	(12	100 (0
75	75 (9	(3	(1	(14

	20 (2	(5	30 (8	50
100	20	80	200	400

13- النوع 13-D :

إذا قلت قيمة c_{13} **لتصبح** $c_{13}=0,1$ **فسيكون الحل كالتالي**

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=1835+80c_{13}$.

(2	20 (3	(? 80	50 (11	150
100 (0	(12	(5	25 (6	125
(14	(1	(3	75 (9	75
(10	(2	(5	50 (8	50
100	20	80	200	400

14- النوع 14-D :

إذا قلت قيمة c_{14} **لتصبح** $0\le c_{14}\le 5$ **فسيكون الحل كالتالي**

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=640+150c_{14}$

(2	(3	(7	(? 150	150
(0 100	(12	(5	(6 25	125
(14	(1	(3 75	(9	75
(10	20 (2	5 (5	(8 25	50
100	20	80	200	400

15- النوع 15-D :

إذا قلت قيمة c_{14} **لتصبح** $c_{14}=6,7,8,9$ **فسيكون الحل كالتالي**

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=820+130c_{14}$

150	(? 130	(7	20 (3	(2
125	(6 25	(5	(12	(0 100
75	(9	(3 75	(1	(14
50	(8 45	5 (5	(2	(10
400	200	80	20	100

16- النوع 16-D :

إذا زادت قيمة c_{21} لتصبح $c_{21}=3,4$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=1985$.

150	45 (11	(7 5	(3	(2 100
125	(6 125	(5	(12	(?
75	(9	(3 75	(1	(14
50	(8 30	(5	20 (2	(10
400	200	80	20	100

17- النوع 17-D :

إذا زادت قيمة c_{21} لتصبح $c_{21}=5$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=1945$.

150	(11 25	(7 5	20 (3	(2 100

125	(6 125	(5	(12	(?
75	(9	(3 75	(1	(14
50	(8 50	(5	(2	(10
400	200	80	20	100

18- النوع D-18 :

إذا قلت قيمة c_{23} لتصبح $c_{23}=0$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=1935+80c_{23}$ ، $z=1935$

150	50 (11	(7	(3	(2 100
125	(6 45	(0 80	(12	(0
75	(9 55	(3	20 (1	(14
50	(8 50	(5	(2	(10
400	200	80	20	100

19- النوع D-19 :

إذا قلت قيمة c_{23} لتصبح $c_{23}=1,2$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=1975+5c_{23}$.

150	50 (11	(7	(3	100 (2
125	(6 120	5 (?	(12	(0
75	(9	75 (3	(1	(14

	(10	20 (2	(5	(8 30	50
100		20	80	200	400

20- النوع 20-D:

إذا قلت قيمة c_{42} لتصبح $c_{42}=0$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $2495+20c_{42}$ ، $z=2495$.

	(2	(3	5 (7	(11 145	150
	(0 100	(12	(5	(6 25	125
	(14	(1	75 (3	(9	75
	(10	20 (0	50 (5	(8 30	50
100		20	80	200	400

21- النوع 21-D :

إذا قلت قيمة c_{43} لتصبح $c_{43}=0$ فسيكون الحل كالتالي

وستقل قيمة دالة الكلفة لتصبح $z=2135+50c_{43}$ ، $z=2135$.

	(2	(3 20	(7	(11 130	150
	(0 100	(12	(5	(6 25	125
	(14	(1	30 (3	45 (9	75
	(10	(0	50 (0	(8	50
100		20	80	200	400

نتائج طريقة فوجل : (المتغيرات للنوع 1-D)

الجدول (14)

نوع الحل	صيغة ال z	قيمة z الجديدة	قيمة cij الجديدة
11-D	------	2245	$0 \le c_{11} \le 3$
11-D	$2185+20c_{12}$	$2185 \le z \le 2245$	$0 \le c_{12} \le 3$
11-D	$2210+5c_{13}$	$2690 \le z \le 2700$	$6 \le c_{13} \le 8$
11-D	$820+130c_{14}$	$2120 \le z \le 2380$	$10 \le c_{14} \le 12$
11-D	------	2245	$3 \le c_{22} \le 11$
11-D	------	2245	$3 \le c_{23} \le 6$
11-D	$2095+25c_{24}$	$2195 \le z \le 2295$	$4 \le c_{24} \le 8$
11-D	2245	2245	$0 \le c_{31} \le 14$
11-D	2245	2245	$0 \le c_{32} \le 8$
11-D	2245	2245	$0 \le c_{33} \le 4$
11-D	-----	2245	$6 \le c_{34} \le 9$
11-D	------	2245	$0 \le c_{44} \le 10$
11-D	$1845+50c_{44}$	1845	$0 \le c_{44} \le 8$
12-D	$1875+80c_{13}$	2035	$2 \le c_{13} \le 5$
13-D	$1835+80c_{13}$	$1835 \le z \le 1915$	$c_{13} = 0,1$
13-D	$1845+50c_{14}$	2495	$c_{14} = 13$
13-D	$2395+100c_{21}$	$2495 \le z \le 2595$	$c_{21} = 1,2$
13-D	$1720+75c_{34}$	$1720 \le z \le 2095$	$0 \le c_{34} \le 5$
13-D	------	2395	$c_{42} = 1$
14-D	$\boxed{640+150c_{14}}$	$640 \le z \le 1390$	$0 \le c_{14} \le 5$
15-D	$820+130c_{14}$	$1600 \le z \le 1990$	$6 \le c_{14} \le 9$
15-D	$2225+5c_{43}$	2240	$c_{43} = 3,4$
16-D	------	1985	$0 \le c_{22} \le 2$
16-D	------	1985	$c_{21} = 3,4$
17-D	------	1945	$c_{21} = 5$

17–D	$1195+125c_{24}$	$1195 \le z \le 1570$	$0 \le c_{24} \le 3$
17–D	$2120+55c_{33}$	2285	$c_{33} = 5$
18–D	$1935+80c_{23}$	1935	$c_{23} = 0$
19–D	$1975+5c_{23}$	$1980 \le z \le 1985$	$c_{23} = 1,2$
20–D	$2495+20c_{42}$	2495 .	$c_{42} = 0$
21–D	$2135+50c_{43}$	2135	$c_{43} = 0,1,2$

الحل من النوع D–11 (الحل الابتدائي) هو الحل الأكثر شيوعا من بين جميع الحلول المتحصل عليها.

المتغيران x_{31}, x_{41} ظهرا كمتغيرين غير أساسين في جميع الحلول.

الجدول (15)

طريقة أقل الكلف	**المسألة 1**	**المسألة 2**	**المسألة 3**	**المسألة 4**
القيمة الابتدائية لدالة الكلفة	**172**	**335**	**185**	**2360**
أقل قيمة لدالة الكلفة	**92**	**135**	**119**	**710**
أقل قيمة لدالة الكلفة للحلول الجديدة	**114**	**325**	**98**	**1835**
طريقة فوجل	**المسالة 1**	**المسالة 2**	**المسالة 3**	**المسالة 4**
القيمة الابتدائية لدالة الكلفة	**170**	**305**	**155**	**2240**
أقل قيمة لدالة الكلفة	**90**	**170**	**135**	**1845**
أقل قيمة لدالة الكلفة للحلول الجديدة	**106**	**310**	**98**	**640**

الاستنتاج العام

1- إن قيمة دالة الكلفة الابتدائية في طريقة فوجل هي أقل أو يساوي قيمة دالة الكلفة الابتدائية في طريقة أقل الكلف.

2 – يمكن الحصول على قيمة لدالة الهدف افضل (أقل كثيرا) من قيمة دالة الهدف الابتدائية.

3- إن حدوث النمط الأول من الحل كان له النسبة الأكبر ثم يليه (الثاني والثالث) معا في المرتبة الثانية والنمط الرابع في المرتبة الثالثة.

REFERENCES المراجع

1- Taha, Hamdy . A. (1976). Operations Research An Introduction. Macmillan Publishing Co.INC .

2- H.W.LENSTRA.JR.[November 83] "Integer Programming with fixed number of variables" , Operations Research,Vol 8 <No 4. Mathematics of R.E.Gomory

3- All-Integer Integer Programming Algorithm"In J.F. Muth and Thompson,Industrial Scheduling Pp193-2 Prentice-hall Englewood Cliff,new jersy

4- R.S.Garfinkel and .L.Nemhauser [1972 "Integer Programming John Wiley and Sons, Inc ,New York.John .P .Hayes[1993]

5– Design Introduction To Digital Logic "By Addison.Wesley. Publishing Company.Inc.

المراجع العربية

1- أساسيات بحوث العمليات/نماذج وتطبيقات.ا.د. محمد محد كعبور / كلية المحاسبة/ غريان / 1992م.