



# مجلة التربوي مجلة علمية محكمة تصدر عن كلية التربية جامعة المرقب

العدد العشرون  
يناير 2022م

هيئة تحرير  
مجلة التربوي

- المجلة ترحب بما يرد عليها من أبحاث وعلى استعداد لنشرها بعد التحكيم .
  - المجلة تحترم كل الاحترام آراء المحكمين وتعمل بمقتضاهما .
  - كافة الآراء والأفكار المنشورة تعبر عن آراء أصحابها ولا تتحمل المجلة تبعاتها .
  - يتحمل الباحث مسؤولية الأمانة العلمية وهو المسؤول عما ينشر له .
  - البحوث المقدمة للنشر لا ترد لأصحابها نشرت أو لم تنشر .
- (حقوق الطبع محفوظة للكلية)

### ضوابط النشر :

- يشترط في البحوث العلمية المقدمة للنشر أن يراعى فيها ما يأتي :
- أصول البحث العلمي وقواعده .
  - ألا تكون المادة العلمية قد سبق نشرها أو كانت جزءاً من رسالة علمية .
  - يرفق بالبحث ترکية لغوية وفق أنموذج معد .
  - تعدل البحوث المقبولة وتصح وفق ما يراه المحكمون .
  - التزام الباحث بالضوابط التي وضعتها المجلة من عدد الصفحات ، ونوع الخط ورقمه ، والفترات الزمنية الممنوحة للتعديل ، وما يستجد من ضوابط تضعها المجلة مستقبلا .

### تبيهات :

- للمجلة الحق في تعديل البحث أو طلب تعديله أو رفضه .
- يخضع البحث في النشر لأولويات المجلة و سياستها .
- البحوث المنشورة تعبر عن وجهة نظر أصحابها ، ولا تعبر عن وجهة نظر المجلة .

### Information for authors

- 1- Authors of the articles being accepted are required to respect the regulations and the rules of the scientific research.
- 2- The research articles or manuscripts should be original and have not been published previously. Materials that are currently being considered by another journal or is a part of scientific dissertation are requested not to be submitted.
- 3- The research articles should be approved by a linguistic reviewer.
- 4- All research articles in the journal undergo rigorous peer review based on initial editor screening.
- 5- All authors are requested to follow the regulations of publication in the template paper prepared by the editorial board of the journal.

### Attention

- 1- The editor reserves the right to make any necessary changes in the papers, or request the author to do so, or reject the paper submitted.
- 2- The research articles undergo to the policy of the editorial board regarding the priority of publication.
- 3- The published articles represent only the authors' viewpoints.





## A New Application of Sawi Transform for Solving Ordinary differential equations with Variable Coefficients

Hisham Zawam Rashdi<sup>1</sup>, Mohammed E. Attaweeel<sup>2</sup>

Department of Mathematics, Faculty of Arts and Sciences, Kasr Khiar. Elmergib University, Libya

hzrashdi@elmergib.edu.ly<sup>1</sup>, meattaweeel@elmergib.edu.ly<sup>2</sup>

**الملخص:** في هذه الورقة، طبقنا تحويل تكاملی جدید (تحويل ساوي) لحل بعض المعادلات التفاضلية العادية ذات معاملات متغيرة.

**كلمات مفتاحية:** تحويل ساوي، المعادلات التفاضلية العادية ذات معاملات متغيرة.

**Abstract:** In this paper, a new integral transform was applied to solve ordinary differential equations with variable coefficients.

**Keywords:** *Sawi Transform, Ordinary Differential Equations with variable coefficients.*

**Introduction:** Ordinary differential equations (ODE) are one of the most important fields of mathematical sciences, especially applied mathematics. They have many types including ODE with constant coefficients and ODE with variable coefficients. These days, ODE with variable coefficients are widely used in astronomy, physics and engineering mathematics [6]. Sometimes, solving this type of equations is complicated but integral transforms play a big role in solving such equations [1], [4] & [5]. In addition to that, integral transforms have become an important tool to deal with problems in applied mathematics, theoretical mechanics, statistics, mathematical physics and pharmacokinetics [4], [5] & [6]. The most important attraction of these transforms is providing the analytical and exact solution of the problem without complicated calculations. Recently, Mahgoub in [1] introduced a new integral transform called Swai transform.

The main purpose of this paper is to show the applicability and efficiency of this transform for solving some ordinary differential equations with variable coefficients.

### 1. DEFINITION OF SAWI TRANSFORM [1], [2], [3] & [7]

If we have a real function  $(t); t \geq 0$  , then Sawi Transform is known as proposed in [1] by the following integral equation:



$$S\{G(t)\} = \frac{1}{p^2} \int_0^\infty G(t) e^{-\frac{t}{p}} dt = g(p). \quad (1)$$

Here,  $S$  is called the Sawi Transform operator and  $p$  is real parameter. The Sawi transform of the function  $G(t)$  for  $t \geq 0$  work out if  $G(t)$  is piecewise continuous and of exponential order. These two conditions are the only sufficient conditions for the existence of Sawi Transform of the function  $G(t)$ .

## 2. Sawi Transform and Inverse Sawi Transform of Some Functions [2]

Table (1): Sawi transform and inverse Sawi transform of some functions.

S. No.	$G(t)$	$S\{G(t)\} = g(p)$	$g(p)$	$G(t) = S^{-1}\{g(p)\}$
1	1	$\frac{1}{p}$	$\frac{1}{p}$	1
2	$t$	1	1	$t$
3	$t^2$	$2! p$	$p$	$\frac{t^2}{2!}$
4	$t^n ; n \in N$	$n! p^{n-1}$	$p^{n-1}; n \in N$	$\frac{t^n}{n!}$
5	$t^n ; n > -1$	$\Gamma(n+1)p^{n-1}$	$p^{n-1}; n > -1$	$\frac{t^n}{\Gamma(n+1)}$
6	$e^{at}$	$\frac{a}{p(1-ap)}$	$\frac{a}{p(1-ap)}$	$e^{at}$
7	$\sin \sin at$	$\frac{a}{1+a^2p^2}$	$\frac{1}{1+a^2p^2}$	$\frac{\sin \sin at}{a}$
8	$\cos \cos at$	$\frac{1}{p(1+a^2p^2)}$	$\frac{1}{p(1+a^2p^2)}$	$\cos \cos at$
9	$\sinh \sinh at$	$\frac{a}{1-a^2p^2}$	$\frac{1}{1-a^2p^2}$	$\frac{\sinh \sinh at}{a}$
10	$\cosh \cosh at$	$\frac{1}{p(1-a^2p^2)}$	$\frac{1}{p(1-a^2p^2)}$	$\cosh \cosh at$
11	$t^n e^{at}; n \in N$	$\frac{n! p^{n-1}}{(1-ap)^{n+1}}$	$\frac{p^{n-1}}{(1-ap)^{n+1}}$	$\frac{1}{n!} t^n e^{at}$



### 3. Fundamental Properties of Sawi Transform [2]

Table (2): fundamental properties of Sawi Transform.

S. No.	The Property	Mathematical Form
1	Linearity	$S\{lG_1(t) + mG_2(t)\} = lS\{G_1(t)\} + mS\{G_2(t)\}$
2	Change of Scale	$S\{G(at)\} = ag(ap)$
3	Shifting	$S\{e^{at}G(t)\} = \left(\frac{1}{1-ap}\right)^2 g\left(\frac{p}{1-ap}\right)$
4	First Derivative	$S\{G'(t)\} = \frac{1}{p}g(p) - \frac{1}{p^2}G(0)$
5	Second Derivative	$S\{G''(t)\} = \frac{1}{p^2}g(p) - \frac{1}{p^3}G(0) - \frac{1}{p^2}G'(0)$
6	nth Derivative	$S\{G^{(n)}(t)\} = \frac{1}{p^n}g(p) - \frac{1}{p^{n+1}}G(0) - \frac{1}{p^n}G'(0) - \dots - \frac{1}{p^2}G^{(n)}(0).$
7	Convolution	$S\{G_1(t) * G_2(t)\} = p^2S\{G_1(t)\}S\{G_2(t)\}$

1. Sawi Transform of the Function  $tG(t)$  &  $t^2G(t)$ :

If  $S\{G(t)\} = g(p)$  then:

$$\text{i. } S\{tG(t)\} = p^2 \frac{d}{dp}g(p) + 2pg(p).$$

*Proof.* Since,  $S\{G(t)\} = \frac{1}{p^2} \int_0^\infty G(t)e^{-\frac{t}{p}}dt = g(p)$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{d}{dp}g(p) &= \frac{d}{dp} \left( \frac{1}{p^2} \int_0^\infty G(t)e^{-\frac{t}{p}}dt \right) \\ &= \frac{-2}{p^3} \int_0^\infty G(t)e^{-\frac{t}{p}}dt + \frac{1}{p^2} \int_0^\infty \frac{t}{p^2}G(t)e^{-\frac{t}{p}}dt \\ &= \frac{-2}{p}g(p) + \frac{1}{p^2}S\{tG(t)\} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow S\{tG(t)\} = p^2 \frac{d}{dp}g(p) + 2pg(p) =$$

$$\frac{d}{dp}[p^2g(p)]. \quad (2)$$

$$\text{ii. } S\{t^2G(t)\} = p^2 \left[ p^2 \frac{d^2}{dp^2}g(p) + 6p \frac{d}{dp}g(p) + 6g(p) \right].$$

*Proof.* Since,  $S\{tG(t)\} = p^2 \frac{d}{dp}g(p) + 2pg(p)$ , so putting  $tG(t)$  instead of  $G(t)$  yields:



$$\begin{aligned} S\{t \cdot tG(t)\} &= p^2 \frac{d}{dp} S\{tG(t)\} + 2pS\{tG(t)\} \\ &= p^2 \frac{d}{dp} \left[ p^2 \frac{d}{dp} g(p) + 2pg(p) \right] + 2p \left[ p^2 \frac{d}{dp} g(p) + \right. \\ &\quad \left. 2pg(p) \right] \\ &= p^4 \frac{d^2}{dp^2} g(p) + 2p^3 \frac{d}{dp} g(p) + 2p^3 \frac{d}{dp} g(p) + 2p^2 g(p) + \\ &\quad 2p^3 \frac{d}{dp} g(p) + 4p^2 g(p) \\ &= p^4 \frac{d^2}{dp^2} g(p) + 6p^3 \frac{d}{dp} g(p) + 6p^2 g(p) \\ \therefore S\{t^2 G'(t)\} &= \\ &p^2 \left[ p^2 \frac{d^2}{dp^2} g(p) + 6p \frac{d}{dp} g(p) + 6g(p) \right]. \end{aligned} \tag{3}$$

2. Sawi Transform of the Functions  $tG'(t)$  &  $t^2 G'(t)$ :

If  $S\{G(t)\} = g(p)$  then:

i.  $S\{tG'(t)\} = p \frac{d}{dp} g(p) + g(p) - \frac{d}{dp} G(0).$

*Proof.* Since,  $S\{G'(t)\} = \frac{1}{p} g(p) - \frac{1}{p^2} G(0)$ , so in (2) put  $G'(t)$  instead of  $G(t)$ , therefore:

$$\begin{aligned} S\{tG'(t)\} &= p^2 \frac{d}{dp} S\{G'(t)\} + 2pS\{G'(t)\} \\ &= p^2 \frac{d}{dp} \left[ \frac{1}{p} g(p) - \frac{1}{p^2} G(0) \right] + 2p \left[ \frac{1}{p} g(p) - \frac{1}{p^2} G(0) \right] \\ &= p^2 \left[ -\frac{1}{p^2} g(p) + \frac{1}{p} \frac{d}{dp} g(p) + \frac{2}{p^3} G(0) - \frac{1}{p^2} \frac{d}{dp} G(0) \right] + \\ &\quad 2g(p) - \frac{2}{p} G(0) \\ &= -g(p) + p \frac{d}{dp} g(p) - \frac{d}{dp} G(0) + 2g(p) \\ \therefore S\{tG'(t)\} &= p \frac{d}{dp} g(p) + g(p) - \frac{d}{dp} G(0) = \frac{d}{dp} [pg(p) - \\ &\quad G(0)]. \end{aligned} \tag{4}$$

ii.  $S\{t^2 G'(t)\} = p \left[ p^2 \frac{d^2}{dp^2} g(p) + 4p \frac{d}{dp} g(p) + 2g(p) \right] -$   
 $\frac{d}{dp} \left[ p^2 \frac{d}{dp} G(0) \right].$

*Proof.* In the same way as before, we get:

$$S\{t \cdot tG'(t)\} = p^2 \frac{d}{dp} S\{tG'(t)\} + 2pS\{tG'(t)\}$$



$$\begin{aligned} &= p^2 \frac{d}{dp} \left[ p \frac{d}{dp} g(p) + g(p) - \frac{d}{dp} G(0) \right] + 2p \left[ p \frac{d}{dp} g(p) + g(p) - \frac{d}{dp} G(0) \right] \\ &= p^2 \frac{d}{dp} g(p) + p^2 \frac{d}{dp} g(p) + p^3 \frac{d^2}{dp^2} g(p) - p^2 \frac{d^2}{dp^2} G(0) + 2pg(p) + \\ &\quad 2p^2 \frac{d}{dp} g(p) - 2p \frac{d}{dp} G(0) \\ &= 4p^2 \frac{d}{dp} g(p) + p^3 \frac{d^2}{dp^2} g(p) + 2pg(p) - \frac{d}{dp} \left[ p^2 \frac{d}{dp} G(0) \right] \\ \therefore S\{t^2 G''(t)\} &= \\ p \left[ p^2 \frac{d^2}{dp^2} g(p) + 4p \frac{d}{dp} g(p) + 2g(p) \right] - \frac{d}{dp} \left[ p^2 \frac{d}{dp} G(0) \right]. & \quad (5) \end{aligned}$$

3. Sawi Transform of the Functions  $tG''(t)$  &  $t^2 G''(t)$ :

If  $S\{G(t)\} = g(p)$  then:

i.  $S\{tG''(t)\} = \frac{d}{dp} g(p) - \frac{1}{p} \frac{d}{dp} G(0) + \frac{1}{p^2} G(0) - \frac{d}{dp} G'(0).$

*Proof.* Since,  $S\{G''(t)\} = \frac{1}{p^2} g(p) - \frac{1}{p^3} G(0) - \frac{1}{p^2} G'(0)$ , therefore in (2) put  $tG''(t)$  instead of  $G''(t)$  which gives us:

$$\begin{aligned} S\{tG''(t)\} &= p^2 \frac{d}{dp} S\{G''(t)\} + 2pS\{G''(t)\} \\ &= p^2 \frac{d}{dp} \left[ \frac{1}{p^2} g(p) - \frac{1}{p^3} G(0) - \frac{1}{p^2} G'(0) \right] + 2p \left[ \frac{1}{p^2} g(p) - \frac{1}{p^3} G(0) - \frac{1}{p^2} G'(0) \right] \\ &= p^2 \left[ \frac{1}{p^2} \frac{d}{dp} g(p) - \frac{2}{p^3} g(p) - \frac{1}{p^3} \frac{d}{dp} G(0) + \frac{3}{p^4} G(0) - \frac{1}{p^2} \frac{d}{dp} G'(0) + \frac{2}{p^3} G'(0) \right] + 2p \left[ \frac{1}{p^2} g(p) - \frac{1}{p^3} G(0) - \frac{1}{p^2} G'(0) \right] \\ \therefore S\{tG''(t)\} &= \\ \frac{d}{dp} g(p) - \frac{1}{p} \frac{d}{dp} G(0) + \frac{1}{p^2} G(0) - \frac{d}{dp} G'(0) & \quad (6) \end{aligned}$$

ii.  $S\{t^2 G''(t)\} = \frac{d}{dp} \left[ p^2 \frac{d}{dp} g(p) \right] - \frac{d}{dp} \left[ p^2 \frac{d}{dp} G'(0) \right] - p \frac{d^2}{dp^2} G(0).$

*Proof.* Since,  $S\{tG''(t)\} = \frac{d}{dp} g(p) - \frac{1}{p} \frac{d}{dp} G(0) + \frac{1}{p^2} G(0) - \frac{d}{dp} G'(0)$ , with the same way as before, we get:

$$S\{t^2 G''(t)\} = p^2 \frac{d}{dp} S\{tG''(t)\} + 2pS\{tG''(t)\}$$



$$\begin{aligned}
 &= p^2 \frac{d}{dp} \left[ \frac{d}{dp} g(p) - \frac{1}{p} \frac{d}{dp} G(0) + \frac{1}{p^2} G(0) - \frac{d}{dp} G'(0) \right] + \\
 &2p \left[ \frac{d}{dp} g(p) - \frac{1}{p} \frac{d}{dp} G(0) + \frac{1}{p^2} G(0) - \frac{d}{dp} G'(0) \right] \\
 &= p^2 \frac{d^2}{dp^2} g(p) + 2p \frac{d}{dp} g(p) - p^2 \frac{d^2}{dp^2} G'(0) - 2p \frac{d}{dp} G'(0) - \\
 &p \frac{d^2}{dp^2} G(0) \\
 \therefore S\{t^2 G''(t)\} = & \\
 \frac{d}{dp} \left[ p^2 \frac{d}{dp} g(p) \right] - \frac{d}{dp} \left[ p^2 \frac{d}{dp} G'(0) \right] - p \frac{d^2}{dp^2} G(0). & \quad (7)
 \end{aligned}$$

Therefore, we can summarize the above work in table (3):

Table (3): Sawi Transform of other functions.

S. No.	$F(t)$	$S\{F(t)\}$
1	$t^n e^{at}$	$\frac{n! p^{n-1}}{(1-ap)^{n+1}}$
2	$tG(t)$	$p^2 \frac{d}{dp} g(p) + 2pg(p)$
3	$t^2 G(t)$	$p^2 \left[ p^2 \frac{d^2}{dp^2} g(p) + 6p \frac{d}{dp} g(p) + 6g(p) \right]$
4	$tG'(t)$	$p \frac{d}{dp} g(p) + g(p) - \frac{d}{dp} G(0)$
5	$t^2 G'(t)$	$p \left[ p^2 \frac{d^2}{dp^2} g(p) + 4p \frac{d}{dp} g(p) + 2g(p) \right] - \frac{d}{dp} \left[ p^2 \frac{d}{dp} G(0) \right]$
6	$tG''(t)$	$\frac{d}{dp} g(p) - \frac{1}{p} \frac{d}{dp} G(0) + \frac{1}{p^2} G(0) - \frac{d}{dp} G'(0)$
7	$t^2 G''(t)$	$\frac{d}{dp} \left[ p^2 \frac{d}{dp} g(p) \right] - \frac{d}{dp} \left[ p^2 \frac{d}{dp} G'(0) \right] - p \frac{d^2}{dp^2} G(0)$

Note 1: In the same way posed in the previous paragraphs, we can calculate Sawi Transform of functions  $t^n G^{(n)}(t)$ ;  $n \in N$ .

## Applications

Example (1): Solve the differential equation:

$$ty'' - ty' - y = 0$$

with the initial condition  $y(0) = 0$  &  $y'(0) = 2$ .



Solution: Taking Sawi transform to both sides of given equation to give us:

$$\begin{aligned} S\{ty''\} - S\{ty'\} - S\{y\} &= 0. \\ \frac{d}{dp}S\{y\} - \frac{1}{p}\frac{d}{dp}y(0) + \frac{1}{p^2}y(0) - \frac{d}{dp}y'(0) - p\frac{d}{dp}S\{y\} - S\{y\} + \\ \frac{d}{dp}y(0) - S\{y\} &= 0 \\ \Rightarrow \frac{d}{dp}S\{y\}[1-p] - 2S\{y\} &= 0 \\ \frac{dS\{y\}}{S\{y\}} = \frac{2}{1-p}dp &\Rightarrow S\{y\} = \frac{c}{(1-p)^2}. \end{aligned}$$

By applying inverse Sawi transform, we get:

$$y = S^{-1}\left\{\frac{c}{(1-p)^2}\right\} \Rightarrow y = Cte^t.$$

$$\because y'(0) = 2 \Rightarrow C = 2 \Rightarrow y = 2te^t.$$

Example (2): Solve the differential equation:

$$ty'' + (1-2t)y' - 2y = 0,$$

with  $[y(0) = 1 \text{ & } y'(0) = 2]$ .

Solution: Taking the Sawi transform of given equation to give us:

$$\begin{aligned} S\{ty''\} + S\{(1-2t)y'\} - 2S\{y\} &= 0 \\ \frac{d}{dp}S\{y\} - \frac{1}{p}\frac{d}{dp}y(0) + \frac{1}{p^2}y(0) - \frac{d}{dp}y'(0) + \frac{1}{p}S\{y\} - \frac{1}{p^2}y(0) - \\ 2\left[p\frac{d}{dp}S\{y\} + S\{y\} - \frac{d}{dp}y(0)\right] - 2S\{y\} &= 0 \\ \Rightarrow \frac{d}{dp}S\{y\}[1-2p] + S\{y\}\left[\frac{1}{p} - 4\right] &= 0. \end{aligned}$$

Let  $R = S\{y\}$

$$\Rightarrow \frac{dR}{dp} = -\frac{4p-1}{2p^2-p}R \Rightarrow \frac{dR}{R} = -\frac{4p-1}{2p^2-p} \Rightarrow R = \frac{c}{p(1-2p)} \equiv S\{y\} = \frac{c}{p(1-2p)}.$$

Now applying inverse Sawi transform, we get

$$y = S^{-1}\left\{\frac{c}{p(1-2p)}\right\} \Rightarrow y = \frac{c}{2}e^{2t}.$$

$$\because y(0) = 1 \Rightarrow 1 = \frac{c}{2} \Rightarrow c = 2 \Rightarrow y = e^{2t}.$$

Example (3): Solve the differential equation:

$$ty'' + y' = 4t^2$$

with the initial condition  $y(0) = 1 \text{ & } y'(0) = 0$ .

Solution: Applying the Sawi transform to both sides of the given equation, we get:

$$\begin{aligned} S\{ty''\} + S\{y'\} &= 4S\{t^2\} \\ \frac{d}{dp}S\{y\} - \frac{1}{p}\frac{d}{dp}y(0) + \frac{1}{p^2}y(0) - \frac{d}{dp}y'(0) + \frac{1}{p}S\{y\} - \frac{1}{p^2}y(0) &= 8p \\ \Rightarrow \frac{d}{dp}S\{y\} + \frac{1}{p}S\{y\} &= 8p, \quad \text{suppose } R = S\{y\} \end{aligned}$$



$$\therefore \frac{dR}{dp} + \frac{1}{p}R = 8p$$

which is a linear differential equation and it has the integrative factor:  
 $\lambda = p$ .

$$\Rightarrow R = \frac{8p^2}{3} + \frac{c}{p} \quad \Rightarrow \quad S\{y\} = \frac{8p^2}{3} + \frac{c}{p}$$

By apply inverse Sawi transform to both sides of last equation, we get

$$y = S^{-1}\left\{\frac{8p^2}{3}\right\} + cS^{-1}\left\{\frac{1}{p}\right\} \Rightarrow y = \frac{4t^3}{9} + c.$$

$$\because y(0) = 1 \Rightarrow 1 = 0 + c \Rightarrow c = 1 \Rightarrow y = \frac{4t^3}{9} + 1.$$

Example (4): Solve the differential equation:

$$t^2y'' - 4ty' + 4y = 0$$

with  $[y(0) = 0 \text{ & } y'(0) = 1]$ .

Solution: Taking the Sawi transform of given equation to give us:

$$\begin{aligned} S\{t^2y''\} - 4S\{ty'\} + 4S\{y\} &= 0 \\ p^2 \frac{d^2}{dp^2}S\{y\} + 2p \frac{d}{dp}S\{y\} - p^2 \frac{d^2}{dp^2}y'(0) - 2p \frac{d}{dp}y'(0) - p \frac{d^2}{dp^2}y(0) - \\ 4 \left[ p \frac{d}{dp}S\{y\} + S\{y\} - \frac{d}{dp}y(0) \right] + 4S\{y\} &= 0 \\ p^2 \frac{d^2}{dp^2}S\{y\} - 2p \frac{d}{dp}S\{y\} &= 0. \end{aligned}$$

Assume  $R = S\{y\}$  and then let  $W = \frac{dR}{dp}$ , so we get

$$\Rightarrow \frac{dW}{dp} = \frac{2W}{p} \Rightarrow \frac{dW}{W} = 2 \frac{dp}{p} \Rightarrow W = c_1 p^2 \Rightarrow \frac{dR}{dp} = c_1 p^2 \Rightarrow R = \frac{c_1 p^3}{3} + c_2$$

$$\Rightarrow S\{y\} = \frac{c_1 p^3}{3} + c_2.$$

Then apply inverse Sawi transform, we get

$$y = \frac{c_1}{3} S^{-1}\{p^3\} + c_2 S^{-1}\{1\} \Rightarrow y = \frac{c_1 t^4}{3 \cdot 4!} + c_2 t, \text{ let } y = Ct^4 + c_2 t; C = \frac{c_1}{72}.$$

$$\because y'(0) = 1 \Rightarrow c_2 = 1 \Rightarrow y = Ct^4 + t.$$

**Conclusion:** In this paper, authors successfully discussed the application of Sawi transform for solving ODE's with variable coefficients by giving four numerical problems. The results of numerical problems show that the Sawi transform is very useful integral transform for solving such equations. At last, all the obtained solutions of the indicated numerical problems are satisfied by putting them back in the corresponding equations. In future, Sawi transform can be used for solving a wide class of similar equations.



### References:

- [1] Mohand M. & A. Mahgoub. The new integral transform “Sawi Transform”, *Advances in Theoretical and Applied Mathematics*, 11(14), pp. 81-87 (2019).
- [2] Sudhanshu A., Swarg D. S., Aakansha V. Application of Sawi Transform for Solving Convolution Type Volterra Integro-Differential Equation of First Kind. *International Journal of Latest Technology in Engineering, Management & Applied Science*. 9(8), pp. 13-19. August (2020).
- [3] Sudhanshu A., Swarg D. S., Aakansha V. Sawi Transform of Bessel’s Functions with Application for Evaluating Definite Integrals. *International Journal of Latest Technology in Engineering, Management & Applied Science*. 9(8), pp. 12-18. July (2020).
- [4] Mohand M. & A. Mahgoub, The new integral transform “Mohand Transform”, *Advances in Theoretical and Applied Mathematics*, 11(12), pp. 113-120.
- [5] Mohand M. & A. Mahgoub. The new integral transform “Mahgoub Transform”, *Advances in Theoretical and Applied Mathematics*, 11(4), 391-398 (2016).
- [6] Sudhanshu A., Nidhi S., Raman c., Anjana R. G. & Astha K. A New Application of Mahgoub Transform for Solving Linear Ordinary Differential Equations with Variable Coefficients *Journal of Computer and Mathematical Sciences*, 9(6), pp. 520-525 (2018).
- [7] M. Higazy, Sudhanshu Aggarwal , and Taher A. Nofal. Sawi Decomposition Method for Volterra Integral Equation with Application. *Hindawi Journal of Mathematics*, pp. 1-13. November (2020).



## الفهرس

ر.ت	عنوان البحث	اسم الباحث	الصفحة
1	التسرّب الدراسي لدى طلاب الجامعات	زهرة المهدى أبوراس فاطمة أحمد قناؤ	25-3
2	استعمالات الأرض الزراعية في منطقة سوق الخميس	علي فرج حامد فاطمة جبريل القايد	43-26
3	تأثير صناعة الإسمنت على البيئة مصنع إسمنت ليدة نموذجاً دراسة في الجغرافية الصناعي	ابتسام عبد السلام كشيب	57-44
4	مفهوم الشعر عند نقاد القرن الرابع الهجري	عطية صالح علي الريبي خالد رمضان الجربوع منصور علي سالم خليفة	84-58
5	جودة الحياة لدى طلبة كلية التربية بالخمس	فتتحية علي جعفر أمنة محمد العكاشي ربيعة عثمان عبد الجليل	106-85
6	An Active-Set Line-Search Algorithm for Solving Multi-Objective Transportation Problem	Ebtisam Ali Haribash A.A.H. Abd EL-Mwla	128-107
7	آليات بناء النص عند بدر شاكر السوّاب قراءة في قصيدة تموز جيكور	مفتاح سالم ثبوت	140-129
8	الجرائم الالكترونية	مفتاح ميلاد الهديف جمعة عبد الحميد شنب	155-141
9	On the fine spectrum of the generalized difference operator $B(r,s)$ $h$	Suad H. Abu-Janah	176-156
10	دراسة تأثير التضاد الكيميائي Allelopathy لمستخلصات بعض النباتات الطيبة على نسبة الانبات ونمو نبات القمح <i>Triticum aestivum L.</i>	فوزية محمد العوات سالمة محمد ضو	201-177
11	الأعداد الضبابية	سليمة محمد خضر	219-202
12	On a certain class of $p$ -valent functions with negative coefficients	S. M. Amsheri N. A. Abouthfeerah	240-220
13	L'écriture de la violence dans la littérature africaine et plus précisément dans le théâtre Ivoirien Mhoi-Ceul comédie en 5 tableaux de Bernard B. Dadié	Abdul Hamid Alashhab	241-253
14	Electronic Specific Heat of Multi Levels Superconductors Based on the BCS Theory	Shibani K. A. Zaggout F. N	254-265



266-301	خالد رمضان محمد الجريوع عطية صالح علي الريبيقي	أغراض الشعر المستجدة في العصر العباسي	15
302-314	M. J. Saad, N. Kumaresan Kuru Ratnavelu	Oscillation Criterion for Second Order Nonlinear Differential Equations	16
315-336	صالح عبد السلام الكيلاني سارة مفتاح الزني فدوى خليل سالم	القيم الجمالية لفن الفسيفساء عند العرب	17
337-358	عبد المنعم احمد سالم	مفهوم السلطة عند المعتزلة وإخوان الصفاء	18
359-377	أسماء حامد عبدالحفيظ اعليجه	مستوى الوعي البيئي ودور بعض القيم الاجتماعية في رفعه لدى عينة من طلاب كلية الآداب الواقعة داخل نطاق مدينة الخمس.	19
378-399	بنور ميلاد عمر العماري	المؤسسات التعليمية ودورها في الوقاية من الانحراف والجريمة	20
400-405	Mohammed Ebraheem Attaweeel Abdulah Matug Lahwal	Application of Sawi Transform for Solving Systems of Volterra Integral Equations and Systems of Volterra Integro-differential Equations	21
406-434	Eman Fathullah Abusteen	The perspectives of Second Year Students At Faculty of Education in EL-Mergib University towards Implementing of Communicative Approach to overcome the Most Common Challenges In Learning Speaking Skill	22
435-446	Huda Aldweby Amal El-Aloul	Sufficient Conditions of Bounded Radius Rotations for Two Integral Operators Defined by q-Analogue of Ruscheweyh Operator	23
447-485	سعاد مفتاح أحمد مرجان	مستوى الوعي بمخاطر التلوث البيئي لدى معلمي المرحلة الثانوية بمدينة الخمس	24
486-494	Hisham Zawam Rashdi Mohammed E. Attaweele	A New Application of Sawi Transform for Solving Ordinary differential equations with Variable Coefficients	25
495-500	محمد على أبو النور فرج مصطفى الهدار بشير على الطيب	استخدام التحليل الإحصائي لدراسة العلاقة بين أنظمة الري وكمية المياه المستهلكة بمنطقة سوق الخميس - الخمس	26
501-511	نرجس ابراهيم محمد شنب	التقييم المنهجي للمواد الرياضية و الاحصائية نسبة الى المواد التخصصية لعلوم الحاسوب	27
512-536	بشرى محمد الهيللي حنان سعيد العوراني عفاف محمد بال حاج	طرق التربية الحديثة للأطفال	28
537-548	ضو محمد عبد الهاדי فاروق مصطفى ايوراوي زهرة صبحي سعيد نجاح عمران المهدوي	دراسة للحد من التلوت الكهرومغناطيسي باستخدام مركب ثانى أكسيد الحديد مع بوليمر حمض الاكتريك	29



549-563	Ali ahmed baraka Abobaker m albaboh Abdussalam a alashhab	Cloud Computing Prototype for Libya Higher Education Institutions: Concept, Benefits and Challenges	30
564-568	Muftah B. Eldeeb	Euphemism in Arabic Language: The case with Death Expressions	31
569-584	Omar Ismail Elhasadi Mohammed Saleh Alsayd Elhadi A. A. Maree	Conjugate Newton's Method for a Polynomial of degree $m+1$	32
585-608	آمنة سالم عبد القادر قدروة آلاء عبدالسلام محمد سوسي ليلي على محمد الجاعوك	الصحة النفسية وعلاقتها بتقدير الذات لدى عينة من طلبة كلية الآداب والعلوم / مسلاطه	33
609-625	نجاة سالم عبد الله زريق	المساندة الاجتماعية لدى عينة من المعلمات بمدينة قصر الأخيار وعلاقتها ببعض المتغيرات الديموغرافية "دراسة ميدانية"	34
626-640	محمد سالم ميلاد العابر	"أي" بين الاسمية والفعالية عاملة ومعمولة	35
641-659	إبراهيم فرج الحويج	التمييز في القرآن الكريم سورة الكهف أنموذجًا	36
660-682	عبد السلام ميلاد المركزز رجعة سعيد الجنقاوي	الموارد الطبيعية و البشرية السياحية بمدينة طرابلس (ليبيا)	37
683-693	Ibrahim A. Saleh Abdelnaser S. Saleh Youssif S M Elzawie Farag Gait Boukhrais	Influence of Hydrogen content on structural and optical properties of doped nano-a-Si:H/a-Ge: H multilayers used in solar cells	38
694-720	فرج رمضان مفتاح الشيبيلي	أوجبة الشيخ علي بن أبي بكر الحشيري (ت: 1061 هـ - 1650 م)	39
721-736	علي خليفة محمد أجوبلي	مفهوم الهوية عند محمد أركون	40
737-742	Mahmoud Ahmed Shaktour	Current –mode Kerwin, Huelsman and Newcomb (KHN) By using CDTA	41
743-772	Salem Msauad Adrugi Tareg Abdusalam Elawaj Milad Mohamed Alhwat	University Students' Attitudes towards Blended Learning in Libya: Empirical Study	42
773-783	Alhusein M. Ezarzah Aisha S. M. Amer Adel D. El werfalyi Khalil Salem Abulsba Mufidah Alarabi Zagloom	Integrated Protected Areas	43
784-793	عبد الرحمن المهدي ابومنجل	المظاهرات بين المانعين والمحوزين	44
794-817	رضا الفذافي بشير الاسمر	ترجمات الامام الباقي من خلال كتابه المنتهي "من باب العناقة والولاء الى كتاب الجامع"	45



818-829	Fadela M. Elzalet Sami A. S. Noba omar M. A. kaboukah	IDENTIFICATION THE OPTIMUM PRODUCTION PROCESS OF THE HYDROGEN GAS	46
830	الفهرس		