



مجلة التربوي
Journal of Educational
ISSN: 2011- 421X
Arcif Q3

معامل التأثير العربي 1.5
العدد 20



مجلة التربوي

مجلة علمية محكمة تصدر عن كلية التربية

جامعة المرقب

العدد العشرون
يناير 2022م

هيئة تحرير
مجلة التربوي

- المجلة ترحب بما يرد عليها من أبحاث وعلى استعداد لنشرها بعد التحكيم .
 - المجلة تحترم كل الاحترام آراء المحكمين وتعمل بمقتضاها .
 - كافة الآراء والأفكار المنشورة تعبر عن آراء أصحابها ولا تتحمل المجلة تبعاتها .
 - يتحمل الباحث مسؤولية الأمانة العلمية وهو المسؤول عما ينشر له .
 - البحوث المقدمة للنشر لا ترد لأصحابها نشرت أو لم تنشر .
- (حقوق الطبع محفوظة للكلية)



ضوابط النشر:

- يشترط في البحوث العلمية المقدمة للنشر أن يراعى فيها ما يأتي :
- أصول البحث العلمي وقواعده .
 - ألا تكون المادة العلمية قد سبق نشرها أو كانت جزءا من رسالة علمية .
 - يرفق بالبحث تزكية لغوية وفق أنموذج معد .
 - تعدل البحوث المقبولة وتصحح وفق ما يراه المحكمون .
 - التزام الباحث بالضوابط التي وضعتها المجلة من عدد الصفحات ، ونوع الخط ورقمه ، والفترات الزمنية الممنوحة للتعديل ، وما يستجد من ضوابط تضعها المجلة مستقبلا .

تنبيهات :

- للمجلة الحق في تعديل البحث أو طلب تعديله أو رفضه .
- يخضع البحث في النشر لأولويات المجلة وسياستها .
- البحوث المنشورة تعبر عن وجهة نظر أصحابها ، ولا تعبر عن وجهة نظر المجلة .

Information for authors

- 1- Authors of the articles being accepted are required to respect the regulations and the rules of the scientific research.
- 2- The research articles or manuscripts should be original and have not been published previously. Materials that are currently being considered by another journal or is a part of scientific dissertation are requested not to be submitted.
- 3- The research articles should be approved by a linguistic reviewer.
- 4- All research articles in the journal undergo rigorous peer review based on initial editor screening.
- 5- All authors are requested to follow the regulations of publication in the template paper prepared by the editorial board of the journal.

Attention

- 1- The editor reserves the right to make any necessary changes in the papers, or request the author to do so, or reject the paper submitted.
- 2- The research articles undergo to the policy of the editorial board regarding the priority of publication.
- 3- The published articles represent only the authors' viewpoints.





الأعداد الضبابية

سليمة محمد خضر

قسم الرياضيات / جامعة مصراتة - كلية التربية
s.khader@edu.misuratau.edu.ly

الملخص

هدف الورقة البحثية التعريف بالأعداد الضبابية. وهي تعميم لعدد حقيقي منتظم بمعنى أنه لا يشير إلى قيمة مفردة واحدة بل إلى مجموعة متصلة من القيم الممكنة، حيث يكون لكل قيمة ممكنة وزنها الخاص بين 0 و 1 . ولأن هذا النوع من الأعداد والذي يدرس في الرياضيات الضبابية مغيب عن مقرراتنا وأيضاً لأنها ذات أهمية كبيرة في الأنظمة الضبابية، لذلك نهدف أولاً إلى تقديم بعض المفاهيم الأساسية في الرياضيات الضبابية ومنها مفهوم المنطق الضبابي و مفهومي المجموعات العادية (الكلاسيكية) و المجموعات الضبابية. ثانياً، بينا المعايير الثلاثية ومكملاتها لما لها أهمية في جبر المجموعات الضبابية وأخيراً الوصول إلى مفهوم الأعداد الضبابية و أنواعها، وعرفنا العمليات الحسابية الأربع الخاصة بالأعداد الضبابية، أي ما يعرف بالحساب الضبابي .

الكلمات المفتاحية: المجموعات الضبابية، معايير ثلاثية ومكملاتها، الأعداد الضبابية .

المقدمة

نظراً لتطور العلوم في كافة مناحي الحياة نلاحظ أن التقييم - بصح أو خطأ - لا يكفي من أجل تمثيل أكثر المشكلات الحياتية وخاصة المشاكل التي تواجهنا. إن النمذجة التي تعتمد اعتماداً كلياً على الظواهر الثنائية و هي وجود حالتين لكل ظاهرة إحدى الحالتين الصحيحة فيها تعطى رمز 1 والحالة الأخرى الخاطئة فيها تعطى رمز 0. وانطلاقاً من هذا التقسيم نشأ المنطق الضبابي أو ما يعرف بالمنطق المشوش أو الغامض (العائم أو الترجيحي) على يد العالم الأذربيجاني الأصل (لطفى زادة) سنة 1965. الذي لا يعبر عنه بصح أو خطأ فقط بل يمكن أن يتناول صح جزئياً أو خطأ جزئياً، و بالتالي نتمكن من حل العديد من المشكلات التي تواجه الكثير من العلوم. حيث طرح زادة مفهوم المجموعة الضبابية وهي الأساس النظري للمنطق الضبابي والذي يعتبر امتداد للمنطق التقليدي أو الكلاسيكي كتعميم



للمجموعات العادية و هي تعطي وصفا أكثر دقة للظواهر الطبيعية بدلا من الوصف الذي تعطيه نظرية المجموعات العادية, و منذ ذلك الحين اتجه العلماء إلى تطبيق مفهوم المجموعات الضبابية في معظم فروع الرياضيات النظرية و التطبيقية امتد ذلك إلى جميع العلوم الأخرى مثل علوم الحاسبات و علوم الحياه و الاقتصاد و الجغرافية ... إلخ. وعلى هذه المجموعة ظهرت الأعداد الضبابية وهي مجموعة ضبابية خاصة جدا في مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R} .

تكمّن أهمية الدراسة في الآتي:

- _ التزويد بالتعريفات والمفاهيم الأساسية في الرياضيات الضبابية.
 - _ إبراز مفهوم أوسع للمنطق التقليدي وهو ما يسمى بالمنطق الضبابي.
 - _ إلقاء الضوء على نوع آخر من الأعداد في الرياضيات وهو ما يسمى بالأعداد الضبابية.
- إشكالية الدراسة:**

لأن أقسام الرياضيات بجامعةتنا لم تفرد الحديث عن هذا النوع من الأعداد وهو ما يسمى بالأعداد الضبابية وأيضا لم تلق الضوء على الرياضيات الضبابية, فكانت الإشارة إلى ذكرها عرضا مبتورا في مادة ما, تجعل الباحث يصل إلى الأسس المبنية عليها, وعليه سنحاول الإجابة على بعض التساؤلات, منها:

1. ما مفهوم المنطق الضبابي؟ وعلى أي قيم يعتمد؟
2. ما هي المجموعات العادية (التقليدية أو الكلاسيكية) وما هي المجموعات الضبابية؟ وما الفرق بينهما؟
3. ما هي المعايير الثلاثية ومكملاتها؟ وما أهميتها في جبر المجموعات الضبابية؟
4. ما هو مفهوم الأعداد الضبابية؟ وما هي أنواعها؟ وما هي أهم العمليات الخاصة بها؟

هيكل البحث:

جعلت هذه الورقة البحثية تحت عنوان: "الأعداد الضبابية", وعليه فقد تألف البحث من مقدمة, وخمس بنود:



1. مفاهيم أساسية في الرياضيات الضبابية

(Basic Concepts of Fuzzy Mathematics)

المنطق الضبابي (Fuzzy Logic):

المنطق الضبابي هو مفهوم أوسع للمنطق التقليدي أو الكلاسيكي ثنائي القيم الذي يعتمد على القيمتين (0 و 1). وهو ليس منطقاً ضبابياً، وإنما منطق يستخدم في وصف الضبابية، فالمنطق الضبابي هو نظرية المجموعات الضبابية، و المجموعات التي تعابير الغموض. و يبنى المنطق الضبابي على فكرة أن كل الأشياء تعترف بالدرجات. أي يرتكز المنطق الضبابي على التعابير والألفاظ اللغوية غير الدقيقة أو غير الواضحة أو غير المحددة و التي لا يمكن للمنطق التقليدي أن يعالجها مثل طويل، قصير، حار، بارد وهي قيم غير محددة تماماً في المنطق الكلاسيكي الذي يعتمد على المتغيرات العددية. لذلك يستخدم المنطق الضبابي كطريقة أفضل لمعالجة البيانات.

مثال: لتكن X مجموعة أشخاص. و لتكن A مجموعة أطفال جزئية من X .

الشخص الذي عمره 3 سنوات ينتمي لمجموعة الأطفال بنسبة (0,8) و شخص في سن 10 سنوات درجة انتمائه (0,4) أما الذي عمره 13 سنة درجة انتمائه (0,1).

المجموعات العادية (التقليدية أو الكلاسيكية) (Ordinary sets):

في المجموعات العادية يمكن لعنصر ما إما أن ينتمي للمجموعة وإما أنه لا ينتمي لها بتاتا. فلنعتبر مثلا X مجموعة شاملة و A مجموعة جزئية منها. إذا قمنا بتعريف الدالة μ_A التي تعطي لكل عنصر $x \in X$ درجة انتمائه للمجموعة A .

$$\mu_A(x) = 1 \Rightarrow x \in A \quad \text{إذا كانت}$$

$$\mu_A(x) = 0 \Rightarrow x \notin A \quad \text{إذا كانت}$$

$$\mu_A: X \rightarrow \{0, 1\} \quad \text{أي أن الدالة}$$

المجموعات الضبابية (Fuzzy Sets):

المجموعة الضبابية هي مجموعة عناصرها مكونة من مركبتين. المركبة الأولى تمثل العنصر والثانية هي درجة انتماء هذا العنصر للمجموعة الجزئية. وهي العنصر الأهم وحجر الزاوية



في الرياضيات الضبابية و المكون الجديد الذي أضيف للعناصر والمجموعات التقليدية والتي من أجلها أخذ هذا النوع من العلوم الاستقلالية. ويرتكز هذا المفهوم على عدم وجود انتماء تام لعنصر في مجموعة فقط بل هناك انتماء جزئي لعنصر ما في هذه المجموعة. في المجموعات الضبابية نجد أن العنصر x إما ينتمي أو لا ينتمي للمجموعة A وقد ينتمي (أو لا ينتمي) بدرجة معينة.

لتكن X مجموعة غير خالية. يقال أن A بأنها مجموعة ضبابية في X (أو يقال أن A مجموعة جزئية ضبابية من X) إذا كانت A دالة من X إلى $[0, 1]$. حيث أن لكل عنصر $x \in X$ قيمة عددية تكون بين 0 و 1 تمثل درجة انتماء العنصر x للمجموعة A و كلما كانت درجة العضوية أكبر كان العنصر أكثر انتماء للمجموعة A .

يمكن أن تعين درجة عضوية عنصر لمجموعة بواسطة دالة الانتماء μ_A

$$\mu_A: X \Rightarrow [0, 1]$$

التي تربط كل عنصر $x \in X$ بالعدد الحقيقي $\mu_A(x)$. وتكتب المجموعات الضبابية بشكل مجموعة ثنائيات (المركبة الأولى هي العنصر و الثانية هي درجة الانتماء)

$$A = \{(x, \mu_A(x)) : x \in X, 0 \leq \mu_A(x) \leq 1\}.$$

و يمكن أن تتعين بكسور حيث البسط يمثل درجة الانتماء و المقام هو العنصر أي بالعبارة :

$$A = \left\{ \frac{\mu_A(x)}{A} : x \in X \right\}$$

أي عندما يأخذ العنصر درجة انتماء (1) فهذا يعني أن العنصر ينتمي بالتام إلى المجموعة الضبابية، و عندما تكون درجة الانتماء (صفر) فهذا يعني أن العنصر لا ينتمي إطلاقاً إلى المجموعة الضبابية، و الدرجات الأخرى تتفاوت بين الصفر و الواحد، فعندما تكون درجة الانتماء (0.5) فهذا يعني أن العنصر ينتمي بنسبة (0.5) إلى المجموعة الضبابية و لا ينتمي إلى المجموعة بالنسبة نفسها و يدعى هذا العنصر بنقطة التوازن (Equilibrium point) و قد تكون نقطة واحدة أو عدة نقاط. و عندما تكون درجة الانتماء (0.9) فهذا يعني أن العنصر ينتمي إلى المجموعة الضبابية بنسبة (0.9) و لا ينتمي إليها بنسبة (0.1) و هو أقرب إلى الانتماء من عدمه.



أمثلة: لتكن X مجموعة معرفة بالشكل : $X = \{a, b, c\}$

(1) الدالة $\mu_A: X \rightarrow [0, 1]$ المعرفة كالتالي :

$$\mu_A(a) = 0.5, \quad \mu_A(b) = 0.25, \quad \mu_A(c) = 0.2$$

تسمى المجموعة $A = \{(a, 0.5), (b, 0.25), (c, 0.2)\}$

مجموعة ضبابية في X حيث كل عنصر مرفق بدرجة إنتماء و يمكن كتابتها بالشكل:

$$A = \left\{ \frac{0.5}{a}, \quad \frac{0.25}{b}, \quad \frac{0.2}{c} \right\}$$

(2) الدالة $\mu_B: X \rightarrow [0, 3]$ المعرفة كالتالي:

$$\mu_B(a) = 0.15, \quad \mu_B(b) = 2.5, \quad \mu_B(c) = 2$$

إن المجموعة B المعرفة بالشكل $B = \{(a, 0.15), (b, 2.5), (c, 2)\}$

لا تمثل مجموعة ضبابية في X .

ملاحظة: إذا أردنا معرفة الفرق بين المجموعات الضبابية و المجموعات العادية، نلاحظ إذا

كانت A مجموعة عادية، فإن درجة الانتماء تأخذ فقط قيمتين هما 0, 1، أي أن

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

و عليه $\mu_A(x) = \{0, 1\}$. بينما إذا كانت A مجموعة ضبابية في المجموعة X . فإن

$0 \leq \mu_A(x) \leq 1$ لكل $x \in X$ ، و عليه المجموعة العادية تصبح حالة خاصة للمجموعات

الضبابية.

أنواع المجموعات الضبابية (Types of Fuzzy Sets):

لتكن X مجموعة غير خالية. و لتكن $A: X \rightarrow [0, 1]$ مجموعة ضبابية في المجموعة X .

(1) الصيغة $\mu_A(x) = 0$ لكل $x \in X$. تسمى مجموعة ضبابية خالية

(Empty Fuzzy Set) و يرمز لها بالرمز \emptyset أو 0.

(2) الصيغة $\mu_A(x) = 1$ لكل $x \in X$. تسمى مجموعة ضبابية شاملة

(Universal Fuzzy Set) و يرمز لها بالرمز X أو 1.

و يقال عن المجموعة الضبابية $A: X \rightarrow [0, 1]$ بأنها غير خالية إذا وجد على الأقل

$x \in X$ بحيث أن $\mu_A(x) \neq 0$.



(3) المجموعات الضبابية المبعثرة، وهي المجموعة الضبابية المتقطعة والتي دالة الانتماء لها متقطعة.

فمثلا: لتكن $X = \{a, b, c\}$ مجموعة منتهية (وقد تكون غير منتهية)، $\mu_A : X \rightarrow I$ فإن $A = \{\frac{0.3}{a}, \frac{1}{b}, \frac{0.6}{c}\}$ مجموعة ضبابية مبعثرة .

(4) المجموعات الضبابية المستمرة، وهي المجموعات التي دالة الانتماء لها مستمرة أي $\mu_A : X \rightarrow I$ تكون مستمرة.

مثلا الدالة $\mu_A : \mathbb{R} \rightarrow I$ المعرفة كما يلي:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0.25x & , 0 \leq x \leq 4 \\ 0.25(8 - x) & , 4 \leq x \leq 8 \\ 0 & , x \notin [0, 8] \end{cases}$$

تعريفات :

لتكن X مجموعة غير خالية. و لتكن $A : X \rightarrow [0, 1]$ مجموعة ضبابية في المجموعة X .
(1) ارتكاز أو إسناد (Support) المجموعة الضبابية A يرمز له بالرمز A^* أو $sp(A)$ و يعرف بالصيغة

$$A^* = sp(A) = \{x \in X : \mu_A(x) > 0\}$$

(2) يقال عن النقطة $x \in X$ بأنها نقطة تحويل (Crossover Point) للمجموعة الضبابية A إذا كانت $\mu_A(x) = 0.5$

(3) يقال عن A بأنها سوية (Normal) إذا وجد $x_0 \in X$ بحيث أن $\mu_A(x_0) = 1$ أي أن

$$\{x \in X : \mu_A(x) = 1\} \neq \emptyset$$

(4) ارتفاع أو قمة (Height) المجموعة الضبابية A يرمز له بالرمز $ht(A)$ و يعرف بالصيغة

$$ht(A) = \sup\{\mu_A(x) : x \in X\}$$

و بصورة خاصة إذا كانت A سوية فإن $ht(A) = 1$.

و كذلك يقال عن A بأنها منتهية (Finite) إذا كانت A^* مجموعة منتهية و بخلاف ذلك يقال عن A بأنها غير منتهية (Infinite).



مثال: لتكن $X = \{a, b, c\}$ و لتكن A مجموعة ضبابية في X معرفة كالآتي:

$$\mu_A(a) = 0.5, \quad \mu_A(b) = 0.33, \quad \mu_A(c) = 0$$

فإن

$$A^* = sp(A) = \{x \in X : \mu_A(x) > 0\} = \{a, b\}$$

و النقطة a تمثل نقطة تحويل للمجموعة الضبابية A لأن $\mu_A(a) = 0.5$ و A غير سوية

, لأنه لا يوجد عنصر صورته تساوي واحد, و كذلك

$$ht(A) = sup\{\mu_A(x) : x \in X\} = sup\{0.5, 0.33, 0\}$$

2. معايير ثلاثية و مكملاتها (Triangular Norms and Conorms):

إن الدوال التي تستخدم لتقاطع المجموعات الضبابية تسمى معايير ثلاثية و الدوال التي

تستخدم لاتحاد المجموعات الضبابية تسمى معايير مكملة ثلاثية.

أولا (المعايير الثلاثية)

تعريف: لتكن T عملية ثنائية على المجموعة I , أي أن $T: I \times I \rightarrow I$ دالة. يقال عن T

بأنها معيار ثلاثي على المجموعة I إذا تحققت الخواص الآتية:

$$(1) T(a, 1) = a \text{ لكل } a \in I \text{ (الشرط الحدودي).}$$

$$(2) T(a, b) = T(b, a) \text{ لكل } a, b \in I \text{ (الابدالية).}$$

$$(3) \text{ إذا كان } b_1 \leq b_2 \text{ فإن } T(a, b_1) \leq T(a, b_2) \text{ لكل } a \in I \text{ (الرتابة).}$$

$$(4) T(a, T(b, c)) = T(T(a, b), c) \text{ لكل } a, b, c \in I \text{ (التسقية).}$$

مبرهنة: لتكن T معيار ثلاثي على المجموعة I .

$$(1) T(1, 1) = 1 \quad (2) T(0, 1) = 0 \quad (3) T(1, 0) = 0$$

$$(4) T(0, 0) = 0 \quad (5) T(a, a) \leq a \text{ لكل } a \in I \quad (6) \text{ إذا كانت}$$

$$T(a_1, b_1) \leq T(a_2, b_2) \text{ فإن } b_1 \leq b_2, a_1 \leq a_2$$

البرهان:

(1), (2) مباشرة من التعريف السابق الخاصة (1).

(3) بما إن $T(1, 0) = T(0, 1)$ (حسب التعريف السابق الخاصة (2))

$$T(1, 0) = 0 \leftarrow$$



(4) بما أن $0 < 1 \Leftrightarrow T(0,0) \leq T(0,1)$ (حسب التعريف السابق الخاصية (3))

$T(0,0) \leq 0 \Leftrightarrow T(0,0) = 0$ ولكن $T(0,0) \geq 0$

(5) بما إن $a \leq 1 \Leftrightarrow T(a,a) \leq T(a,1)$ (حسب التعريف السابق الخاصية (3))

ولكن $T(a,1) = a$ (حسب التعريف السابق الخاصية (1)) $\Leftrightarrow T(a,a) \leq a$

(6) بما أن $b_1 \leq b_2 \Leftrightarrow T(a_1,b_1) \leq T(a_2,b_2)$ (حسب التعريف السابق

الخاصية (3)).

ولكن $T(a_1,b_2) \leq T(b_2,a_1)$ (حسب التعريف السابق الخاصية (2))

$T(a_1,b_1) \leq T(b_2,a_1) \Leftrightarrow$

بما إن $a_1 \leq a_2 \Leftrightarrow T(b_2,a_1) \leq T(b_2,a_2) \Leftrightarrow T(a_1,b_1) \leq$

$T(b_2,a_2)$

ولكن $T(a_2,b_2) = T(b_2,a_2)$ (حسب التعريف السابق الخاصية (2))

$\Leftrightarrow T(a_1,b_1) \leq T(a_2,b_2)$

تعريف النمط t: النمط هو أساس تكرار قيمة، إما بالشكل أو بالأرقام. أي هو ما يتكرر

ويتغير بانتظام. والنمط t هنا هو قيمة معينة تنتمي إلى μ_A .

التعريفات الأربعة التالية تمثل التعريفات الأساسية للمعيار من النمط t.

تعريف: الدالة $T_m : I \times I \rightarrow I$ المعرفة بالصيغة $T_m(a,b) = \min\{a,b\}$ لكل

$a,b \in I$. تكون معيار ثلاثي و يسمى بالتقاطع القياسي (Standard Intersection).

تعريف: الدالة $T_b : I \times I \rightarrow I$ المعرفة بالصيغة $T_b(a,b) = \max\{0, a + b - 1\}$

لكل $a,b \in I$. تكون معيار ثلاثي و يسمى بالجمع المقيد (Bounded Sum) أو الاختلاف

المقيد (Bounded Difference).

تعريف: الدالة $T_p : I \times I \rightarrow I$ المعرفة بالصيغة $T_p(a,b) = ab$ لكل $a,b \in I$. تكون

معيار ثلاثي و يسمى بالضرب الجبري (Algebraic Product).

تعريف: الدالة $T^* : I \times I \rightarrow I$ المعرفة بالصيغة

$$T^*(a,b) = \begin{cases} a & , b = 1 \\ b & , a = 1 \\ 0 & , o. w. \end{cases}$$



تكون معيار ثلاثي و يسمى التقاطع المصادم (Drastic Intersection).

مثال: برهن على أن $T^*(a, b) \leq T_b(a, b) \leq T_p(a, b) \leq T_m(a, b)$ لكل $a, b \in I$.

الحل: ليكن $a, b \in I$

$$T_b(a, b) = \max\{0, a + b - 1\}, T^*(a, b) = \begin{cases} a & , b = 1 \\ b & , a = 1 \\ 0 & , o. w. \end{cases}$$

$$T_b(a, b) = \max\{0, a\} = a, \quad T^*(a, b) = a \iff b = 1 \text{ إذا كانت}$$

$$T^*(a, b) = T_b(a, b) \iff$$

$$T_b(a, b) = \max\{0, b\} = b, \quad T^*(a, b) = b \iff a = 1 \text{ إذا كانت}$$

$$T^*(a, b) = T_b(a, b) \iff$$

$$T_b(a, b) \geq 0, \quad T^*(a, b) = 0 \iff a \neq 1, b \neq 1 \text{ إذا كانت}$$

$$T^*(a, b) \leq T_b(a, b) \iff$$

و بالمثل نبرهن الأجزاء الأخرى.

ثانيا (مكملات المعايير الثلاثية)

تعريف: لتكن C عملية ثنائية على المجموعة I , أي أن $C : I \times I \rightarrow I$ دالة. يقال عن C

بأنها معيار مكمل ثلاثي على المجموعة I إذا تحققت الخواص الآتية:

$$(1) C(a, 0) = a \text{ لكل } a \in I \text{ (الشرط الحدودي).}$$

$$(2) C(a, b) = C(b, a) \text{ لكل } a, b \in I \text{ (الابدالية).}$$

$$(3) \text{ إذا كان } b_1 \leq b_2 \text{ فإن } C(a, b_1) \leq C(a, b_2) \text{ لكل } a \in I \text{ (الرتابة).}$$

$$(4) C(a, C(b, c)) = C(C(a, b), c) \text{ لكل } a, b, c \in I \text{ (التنسيقية).}$$

مبرهنة: ليكن C معيار مكمل ثلاثي على المجموعة I .

$$(1) C(0, 0) = 0 \quad (2) C(1, 0) = 1 \quad (3) C(0, 1) = 1$$

$$(4) C(1, 1) = 1 \quad (5) C(a, a) \geq a \text{ لكل } a \in I \quad (6) \text{ إذا كانت}$$

$$C(a_1, b_1) \leq C(a_2, b_2) \text{ فإن } b_1 \leq b_2, a_1 \leq a_2$$

البرهان:

(1), (2) مباشرة من التعريف السابق الخاصة (1).



(3) بما إن $C(0, 1) = C(1, 0)$ (حسب التعريف السابق الخاصة ((2))

$$. C(0, 1) = 1 \Leftarrow$$

(4) بما أن $0 < 1 \Leftarrow C(1, 0) \leq C(1, 1)$ (حسب التعريف السابق الخاصة ((3))

$$. C(1, 1) = 1 \Leftarrow C(1, 1) \leq 1 \text{ ولكن } C(1, 1) \geq 1 \Leftarrow$$

(5) بما إن $a \geq 0 \Leftarrow C(a, a) \geq C(a, 0)$ (حسب التعريف السابق الخاصة ((3))

$$\text{ولكن } C(a, 0) = a \text{ (حسب التعريف السابق الخاصة ((1))} \Leftarrow C(a, a) \geq a .$$

(6) بما أن $b_1 \leq b_2 \Leftarrow C(a_1, b_1) \leq C(a_2, b_2)$ (حسب التعريف السابق

الخاصية ((3)) .

ولكن $C(a_1, b_2) = C(b_2, a_1)$ (حسب التعريف السابق الخاصة ((2))

$$C(a_1, b_1) \leq C(b_2, a_1) \Leftarrow$$

بما إن $a_1 \leq a_2 \Leftarrow C(b_2, a_1) \leq C(b_2, a_2) \Leftarrow C(a_1, b_1) \leq$

$$C(b_2, a_2)$$

ولكن $C(a_2, b_2) = C(b_2, a_2)$ (حسب التعريف السابق الخاصة ((2))

$$. C(a_1, b_1) \leq C(a_2, b_2) \Leftarrow$$

التعريفات الأربعة التالية تمثل التعريفات الأساسية للمعيار المكمل من النمط t .

تعريف : الدالة $C_m : I \times I \rightarrow I$ المعرفة بالصيغة $C_m(a, b) = \max\{a, b\}$ لكل

$a, b \in I$ تكون معيار مكمل ثلاثي و يسمى بالاتحاد القياسي (Standard Union).

تعريف : الدالة $C_b : I \times I \rightarrow I$ المعرفة بالصيغة $C_b(a, b) = \min\{1, a + b\}$ لكل

$a, b \in I$ تكون معيار مكمل ثلاثي و يسمى بالجمع المقيد (Bounded Sum).

تعريف: الدالة $C_p : I \times I \rightarrow I$ المعرفة بالصيغة $C_p(a, b) = a + b - ab$ لكل

$a, b \in I$ تكون معيار مكمل ثلاثي و يسمى بالضرب الجبري (Algebraic Sum).

تعريف: الدالة $C^* : I \times I \rightarrow I$ المعرفة بالصيغة

$$C^*(a, b) = \begin{cases} a & , b = 0 \\ b & , a = 0 \\ 1 & , o. w. \end{cases}$$

تكون معيار مكمل ثلاثي و يسمى بالاتحاد المصادم (Drastic Union).



مثال: برهن على أن $C_m(a, b) \leq C_p(a, b) \leq C_b(a, b) \leq C^*(a, b)$ لكل $a, b \in I$.

الحل: ليكن $a, b \in I$

$$T_b(a, b) = \max\{0, a + b - 1\}, C^*(a, b) = \begin{cases} a & , b = 0 \\ b & , a = 0 \\ 1 & , o. w. \end{cases}$$

$$C_b(a, b) = \min\{1, a\} = a, \quad C^*(a, b) = a \iff b = 0 \text{ إذا كانت}$$

$$C^*(a, b) = C_b(a, b) \iff$$

$$C_b(a, b) = \min\{1, b\} = b, \quad C^*(a, b) = b \iff a = 0 \text{ إذا كانت}$$

$$C^*(a, b) = C_b(a, b) \iff$$

$$C_b(a, b) \leq 1, \quad C^*(a, b) = 1 \iff a \neq 0, b \neq 0 \text{ إذا كانت}$$

$$C_b(a, b) \leq C^*(a, b) \iff$$

و بالمثل نبرهن الأجزاء الأخرى.

3. جبر المجموعات الضبابية (Fuzzy Sets Algebra):

تعريف: لتكن كل من A, B مجموعة ضبابية في المجموعة X .

(1) اتحاد المجموعتين A, B يرمز له بالرمز $A \cup B$ ويعرف بالصيغة $(A \cup B)(x) =$

$$C_m(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \text{ لكل } x \in X.$$

(2) تقاطع المجموعتين A, B يرمز له بالرمز $A \cap B$ ويعرف بالصيغة

$$(A \cap B)(x) = T_m(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \text{ لكل } x \in X.$$

مبرهنة: لتكن كل من A, B مجموعة ضبابية في المجموعة X .

$$(1) A \cap B \subseteq B \subseteq A \cup B \text{ وكذلك } A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B.$$

(2) $A \cup B = B$ إذا وفقط إذا كان $A \subseteq B$ وكذلك $A \cap B = A$ إذا وفقط إذا كان

$$A \subseteq B.$$

$$(3) A \cap X = A, A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap A = A \text{ وكذلك } A \cup X = X, A \cup \emptyset = A,$$

$$A \cup A = A$$

$$(4) A \cap B = B \cap A \text{ وكذلك } A \cup B = B \cup A.$$

$$(5) A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C \text{ وكذلك } A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$



$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C), A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \quad (6)$$

مثال: ليكن $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9\}$ و لتكن

$$A = \left\{ \frac{0.2}{x_1}, \frac{0.5}{x_2}, \frac{0.8}{x_3}, \frac{1}{x_4}, \frac{0.7}{x_5}, \frac{0.3}{x_6}, \frac{0}{x_7}, \frac{0}{x_8}, \frac{0}{x_9} \right\}$$
$$B = \left\{ \frac{0}{x_1}, \frac{0}{x_2}, \frac{0.2}{x_3}, \frac{0.4}{x_4}, \frac{0.6}{x_5}, \frac{0.8}{x_6}, \frac{1}{x_7}, \frac{1}{x_8}, \frac{1}{x_9} \right\}$$

أوجد: $A \cup B, A \cap B$.

الحل:

$$A \cap B = \left\{ \frac{0}{x_1}, \frac{0}{x_2}, \frac{0.2}{x_3}, \frac{0.4}{x_4}, \frac{0.6}{x_5}, \frac{0.3}{x_6}, \frac{0}{x_7}, \frac{0}{x_8}, \frac{0}{x_9} \right\}$$
$$A \cup B = \left\{ \frac{0.2}{x_1}, \frac{0.5}{x_2}, \frac{0.8}{x_3}, \frac{1}{x_4}, \frac{0.7}{x_5}, \frac{0.8}{x_6}, \frac{1}{x_7}, \frac{1}{x_8}, \frac{1}{x_9} \right\}$$

تعريف: لتكن كل من A, B مجموعة ضبابية في X .

(1) الفرق بين المجموعتين A, B ويرمز له بالرمز $A - B$ ويعرف بالصيغة

$$(A - B)(x) = \min\{\mu_A(x), 1 - \mu_B(x)\}$$

(2) مكمل (متمة) المجموعة A بالنسبة للمجموعة الشاملة X هي $X - A$ ويرمز لها بالرمز

A^c , و عليه

$$A^c(x) = \min\{\mu_X(x), 1 - \mu_A(x)\} = \min\{1, 1 - \mu_A(x)\} = 1 - \mu_A(x)$$

$x \in X$

(3) الفرق التناظري بين المجموعتين A, B يرمز له بالرمز $A \Delta B$ ويعرف بالشكل

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

مثال: ليكن $X = \{1, 5, 8\}$ ولتكن كل من A, B مجموعة ضبابية في X . حيث أن

$$\mu_A(1) = 0, \quad \mu_A(5) = 0.3, \quad \mu_A(8) = 0.6,$$
$$\mu_B(1) = 0.2, \quad \mu_B(5) = 0, \quad \mu_B(8) = 0.5$$

فإن:

$$(A - B)(1) = \min\{\mu_A(1), 1 - \mu_B(1)\} = \min\{0, 0.8\} = 0,$$

$$(A - B)(5) = \min\{\mu_A(5), 1 - \mu_B(5)\} = \min\{0.3, 1\} = 0.3,$$



$$\begin{aligned}(A - B)(8) &= \min\{\mu_A(8), 1 - \mu_B(8)\} = \min\{0.6, 0.5\} = 0.5, \\(B - A)(1) &= \min\{\mu_B(1), 1 - \mu_A(1)\} = \min\{0.2, 1\} = 0.2, \\(B - A)(5) &= \min\{\mu_B(5), 1 - \mu_A(5)\} = \min\{0, 0.7\} = 0, \\(B - A)(8) &= \min\{\mu_B(8), 1 - \mu_A(8)\} = \min\{0.5, 0.4\} = 0.4, \\ \mu_{A^c}(1) &= 1 - \mu_A(1) = 1 - 0 = 1, \\ \mu_{A^c}(5) &= 1 - \mu_A(5) = 1 - 0.3 = 0.7, \\ \mu_{A^c}(8) &= 1 - \mu_A(8) = 1 - 0.6 = 0.4, \\ \mu_{B^c}(1) &= 1 - \mu_B(1) = 1 - 0.2 = 0.8, \\ \mu_{B^c}(5) &= 1 - \mu_B(5) = 1 - 0 = 1, \\ \mu_{B^c}(8) &= 1 - \mu_B(8) = 1 - 0.5 = 0.5 \\ \mu_{A^c}(x) &= 1 - \mu_A(x)\end{aligned}$$

مبرهنة: ليكن كل من A, B, C مجموعات ضبابية في X .

$$(A^c)^c = A \quad (3) \quad \emptyset^c = X \quad \text{وكذلك} \quad X^c = \emptyset \quad (2) \quad A - B = A \cap B^c \quad (1)$$

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c \quad \text{وكذلك} \quad (A \cup B)^c = A^c \cap B^c \quad (4)$$

$$B^c \subseteq A^c \quad \text{إذا كانت} \quad A \subseteq B \quad (5)$$

البرهان:

$$(1) \quad \text{ليكن} \quad x \in X \quad \Leftarrow$$

$$\begin{aligned}(A - B)(x) &= \min(A(x), 1 - B(x)) = \min(A(x), B^c(x)) \\ &= (A \cap B^c)(x)\end{aligned}$$

$$X^c(x) = 1 - X(x) = 1 - 1 = 0 = \emptyset(x) \quad \Leftarrow \text{ليكن} \quad x \in X \quad (2)$$

$$\emptyset^c(x) = 1 - \emptyset(x) = 1 - 0 = 1 = X(x) \quad \text{وكذلك}$$

$$(3) \quad \text{ليكن} \quad x \in X \quad \Leftarrow$$

$$(A^c)^c(x) = 1 - A^c(x) = 1 - (1 - A(x)) = A(x)$$

$$(4) \quad \text{ليكن} \quad x \in X \quad \Leftarrow$$

$$\begin{aligned}(A \cup B)^c(x) &= 1 - (A \cup B)(x) = 1 - \max\{A(x), B(x)\} \\ &= 1 - \{1 - \min\{1 - A(x), 1 - B(x)\}\} \\ &= \min\{A^c(x), B^c(x)\} = (A^c \cap B^c)(x)\end{aligned}$$

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c \quad \text{وبالمثل نبرهن}$$

$$(5) \quad \text{ليكن} \quad x \in X \quad \Leftarrow$$



بما أن $A \subseteq B \iff$

$$A(x) \leq B(x) \Rightarrow -B(x) \leq -A(x) \Rightarrow 1 - B(x) \leq 1 - A(x) \\ \Rightarrow B^c(x) \leq A^c(x)$$

ملاحظة: إذا كانت A مجموعة ضبابية في X . فإن $A \cap A^c \neq \emptyset$, $A \cup A^c \neq X$ لأن

$$(A \cup A^c)(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_{A^c}(x)\} = \max\{\mu_A(x), 1 - \mu_A(x)\} \geq \frac{1}{2}$$

$$(A \cap A^c)(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_{A^c}(x)\} = \min\{\mu_A(x), 1 - \mu_A(x)\} \leq \frac{1}{2}$$

مثلاً: لتكن $X = \{a, b, c\}$ و لتكن $A = \left\{\frac{0.25}{a}, \frac{0.3}{b}, \frac{0.5}{c}\right\}$ فإن

$$A^c = \left\{\frac{0.75}{a}, \frac{0.7}{b}, \frac{0.5}{c}\right\}$$

$$A \cup A^c = \left\{\frac{0.75}{a}, \frac{0.7}{b}, \frac{0.5}{c}\right\}$$

$$A \cap A^c = \left\{\frac{0.25}{a}, \frac{0.3}{b}, \frac{0.5}{c}\right\}$$

4. الأعداد الضبابية (Fuzzy Numbers):

الأعداد الضبابية مجموعات ضبابية خاصة جداً في مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R} أي أن العدد الضبابي هو تعميم لعدد حقيقي منتظم بمعنى أنه لا يشير إلى قيمة مفردة واحدة بل إلى مجموعة متصلة من القيم الممكنة، حيث يكون لكل قيمة ممكنة وزنها الخاص بين 0 و 1. و إنها ذات أهمية كبيرة في الأنظمة الضبابية. و لها خصائص تجعلها مناسبة جداً للنمذجة و تصميم أنواع معينة من النشاطات. هنا سوف نعطي التعريف العام للعدد الضبابي مع الأمثلة.

تعريف: لتكن A مجموعة ضبابية في مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R} . يقال عن A بأنها عدد ضبابي إذا تحققت الشروط الآتية:

(1) أن تكون المجموعة الضبابية A سوية، بعبارة أخرى يوجد $x_0 \in \mathbb{R}$ بحيث أن $\mu_A(x_0) = 1$

(2) أن تكون المجموعة الضبابية A محدبة، بعبارة أخرى

$$\mu_A(\lambda x + (1 - \lambda)y) \geq \min\{\mu_A(x), \mu_A(y)\}$$

(3) أن تكون المجموعة الضبابية A شبة مستمرة من الأعلى، بعبارة أخرى المجموعة



$\{x \in \mathbb{R} : \mu_A(x) \leq \lambda\}$ تكون مغلقة في \mathbb{R} لكل $\lambda \in \mathbb{R}$.

(4) المجموعة $\mu_A(x)$ تكون محددة ضمن الفترة $[0, 1]$.

بذلك $\mu_A(x) = \{(x, \mu_A(x)) : x \in \mu_A(x)\} \in [0, 1]$

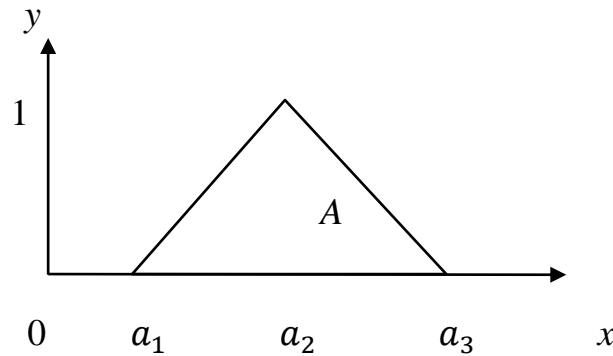
أنواع الأعداد الضبابية :

(1) الأعداد الضبابية الثلاثية (Triangular Fuzzy Numbers)

يقال عن العدد الضبابي A بأنه مثلثي (ثلاثي القيم) إذا كان A يعرف بثلاثة أعداد $a_1 < a_2 < a_3$

حيث رأس المثلث يكون عند النقطة $x = a_2$ و قاعدته تكون الفترة المغلقة $[a_1, a_3]$ و يكتب $A = (a_1, a_2, a_3)$ لكل عدد ثلاثي A ينتمي إلى دالة الإنتماء $\mu_A(x)$

ممثل بشكل بياني في الشكل



عندما تكون دالة الإنتماء $\mu_A(x)$ بالشكل التالي

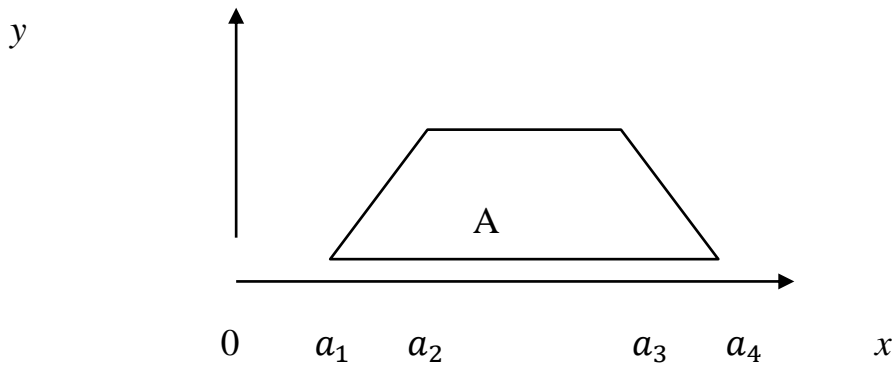
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x \leq a_1 \\ \frac{(x - a_1)}{a_2 - a_1} & \text{for } a_1 < x < a_2 \\ 1 & \text{for } x = a_2 \\ \frac{(a_3 - x)}{a_3 - a_2} & \text{for } a_2 < x < a_3 \\ 0 & \text{for } x \geq a_3 \end{cases}$$



(2) الأعداد الضبابية الرباعية (ذات شكل شبه المنحرف):

(Trapezoidal Fuzzy Numbers)

يقال عن العدد الضبابي A بأنه شبه منحرف (رباعي القيم) إذا كان A يعرف بأربع أعداد $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$ بحيث $\mu_A(x) = 1$ على الفترة المغلقة $[a_2, a_3]$ و قاعدته تكون الفترة المغلقة $[a_1, a_4]$ و يكتب $A = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ لكل عدد رباعي A ينتمي إلى دالة الإنتماء $\mu_A(x)$ ممثل بشكل بياني في الشكل



عندما تكون دالة الإنتماء $\mu_A(x)$ بالشكل التالي

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x \leq a_1 \\ \frac{(x - a_1)}{a_2 - a_1} & \text{for } a_1 < x < a_2 \\ 1 & \text{for } a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{(a_4 - x)}{a_4 - a_3} & \text{for } a_3 < x < a_4 \\ 0 & \text{for } x \geq a_4 \end{cases}$$

5. الحساب الضبابي (Fuzzy Arithmetic):

العمليات الخاصة بالأعداد الضبابية الثلاثية:

(Operation of Triangular Fuzzy Numbers)



لتكن لدينا مجموعتين من الأعداد الضبابية A, B و موصوفة $(a_1, a_2, a_3), (b_1, b_2, b_3)$ على التوالي, بذلك يمكن اجراء العمليات الحسابية (الجمع و الطرح و الضرب و القسمة) كالاتي:

$$\begin{aligned}(A + B) &= (a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3) \\(A - B) &= (a_1, a_2, a_3) - (b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1) \\(A \times B) &= (a_1, a_2, a_3) \times (b_1, b_2, b_3) \\&= (\min(a_1 b_1, a_1 b_3, a_3 b_1, a_3 b_3), a_2 b_2, \max(a_1 b_1, a_1 b_3, a_3 b_1, a_3 b_3)) \\(A \div B) &= (a_1, a_2, a_3) \div (b_1, b_2, b_3) = (a_1, a_2, a_3) \times \left(\frac{1}{b_3}, \frac{1}{b_2}, \frac{1}{b_1}\right): 0 \\&\notin B\end{aligned}$$

العمليات الخاصة بالأعداد الضبابية الرباعية:

(Operation of Trapezoidal Fuzzy Numbers)

لتكن لدينا مجموعتين من الأعداد الضبابية A, B و موصوفة $(a_1, a_2, a_3, a_4), (b_1, b_2, b_3, b_4)$ على التوالي, بذلك يمكن اجراء العمليات الحسابية (الجمع و الطرح و الضرب و القسمة) و ما يترتب عليها من اجراءات كالاتي:

$$\begin{aligned}(A + B) &= (a_1, a_2, a_3, a_4) + (b_1, b_2, b_3, b_4) \\&= (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, a_4 + b_4) \\(A - B) &= (a_1, a_2, a_3, a_4) - (b_1, b_2, b_3, b_4) \\&= (a_1 - b_4, a_2 - b_3, a_3 - b_2, a_4 - b_1) \\(A \times B) &= (m', n', \alpha', \beta')\end{aligned}$$

حيث أن

$$\begin{aligned}m' &= \min(a_1 b_1, a_1 b_2, a_2 b_1, a_2 b_2) \\n' &= \max(a_1 b_1, a_1 b_2, a_2 b_1, a_2 b_2) \\a' &= m' - \min((a_1 - a_3)(b_1 - b_3), (a_1 - a_3)(b_2 + b_4), \\&\quad (a_2 + a_3)(b_1 - b_3), (a_2 + a_4)(b_2 + b_4)) \\(A \div B) &= (a_1, a_2, a_3, a_4) \div (b_1, b_2, b_3, b_4) \\&= (a_1, a_2, a_3, a_4) \times \left(\frac{1}{b_4}, \frac{1}{b_3}, \frac{1}{b_2}, \frac{1}{b_1}\right): 0 \notin B\end{aligned}$$



مثال: إذا كان $A = (0, 1, 3)$, $B = (1, 2, 3)$ أوجد: $A + B, A - B, A \times B, A \div B$.

الحل:

$$A + B = (1, 3, 5), \quad A - B = (-3, -1, 1), \quad A \times B = (0, 2, 6), \quad A \div B = (0, 0.5, 2)$$

بعض خصائص الأعداد الضبابية (Some of the Characteristics of Fuzzy Numbers):

(1) تسمى الأعداد الضبابية $A = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ رباعية غير سالبة إذا كان $a_1 - a_3 \geq 0$.

(2) إذا كانت $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 0$ عندئذ يطلق عليها بالأعداد الضبابية الصفرية.

(3) إذا كان لدينا مجموعتين $A = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ و $B = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ من الأعداد الضبابية يقال عنها متساويتين $A = B$ إذا كانت $a_1 = b_1, a_2 = b_2, a_3 = b_3, a_4 = b_4$.

الخاتمة:

مما سبق قوله تبين لنا أهمية هذه الورقة، والجهد المبذول فيها، وقد كانت هذه الورقة تتكلم عن (الأعداد الضبابية)، وقد بذلت كل الجهد والبذل لكي تخرج في هذا الشكل. وتكمن أهمية هذه الدراسة في إمام الباحث بهذا النوع من الأعداد المغيبة عن مقرراتنا، وأرجوا من الله أن تكون رحله ممتعة وشيقة، وكذلك أرجوا أن تكون قد ارتقت بدرجات العقل والفكر، وأن تصل الفائدة المرجوة منها. وبهذه الورقة أترك الباب مفتوح لكل الباحث لأن يقدموا ما لديهم من أفكار جديدة، لكي نعمل على تطوير البحث العلمي وخصوصا في مجال الرياضيات بكل فروعها.

المراجع

- 1) كحل. (2019). لمحة عن الرياضيات الضبابية. العراق.
- 2) المياحي, الركابي. (2012). مقدمة في الرياضيات الضبابية. الطبعة الأولى. العراق.
- 3) Mordeson, J. N. & Malik, D. S. (1998). Fuzzy Commutative Algebra. *World Scientific*.
- 4) Kerre, E. E. & Mordeson, J. N. (2005). A historical Overview of Fuzzy Mathematics, *New Mathematics and Natural Computation*, 1, 1-26.
- 5) Buckley, J. J. & Eslami, E. (2002). An Introduction to Fuzzy Logic and Fuzzy Sets. New York.
- 6) Klir, G. J. & Yuan, B. (1997). Fuzzy Sets and Fuzzy Logic, *Theory and Applications*. New Delhi.
- 7) Haeringen, H. (1983). Fuzzy Numbers. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. 92(2): 301-341.



الفهرس

الصفحة	اسم الباحث	عنوان البحث	ر.ت
25-3	زهرة المهدي أبوراس فاطمة أحمد قناو	التسرب الدراسي لدي طلاب الجامعات	1
43-26	علي فرج حامد فاطمة جبريل القايد	استعمالات الأرض الزراعية في منطقة سوق الخميس	2
57-44	ابتسام عبد السلام كشيبي	تأثير صناعة الإسمنت على البيئة مصنع إسمنت لبدة نموذجاً دراسة في الجغرافية الصناعي	3
84-58	عطية صالح علي الربيعي خالد رمضان الجربوع منصور علي سالم خليفة	مفهوم الشعر عند نقاد القرن الرابع الهجري	4
106-85	فتحية علي جعفر أمنة محمد العكاشي ربيعة عثمان عبد الجليل	جودة الحياة لدى طلبة كلية التربية بالخميس	5
128-107	Ebtisam Ali Haribash A.A.H. Abd EL-Mwla	An Active-Set Line-Search Algorithm for Solving Multi-Objective Transportation Problem	6
140-129	مفتاح سالم ثبوت	آليات بناء النص عند بدر شاكر السياب قراءة في قصيدة تموز جيكور	7
155-141	مفتاح ميلاد الهديف جمعة عبد الحميد شنيب	الجرائم الالكترونية	8
176-156	Suad H. Abu-Janah	On the fine spectrum of the generalized difference operator over the Hahn sequence space $B(r, s)_h$	9
201-177	فوزية محمد الحوات سالمة محمد ضو	دراسة تأثير التضاد الكيميائي Allelopathy لمستخلصات بعض النباتات الطبية على نسبة الانبات ونمو نبات القمح Triticum aestivum L.	10
219-202	سليمة محمد خضر	الأعداد الضبابية	11
240-220	S. M. Amsheri N. A. Aboutfeerah	On a certain class of P -valent functions with negative coefficients	12
241-253	Abdul Hamid Alashhab	L'écriture de la violence dans la littérature africaine et plus précisément dans le théâtre Ivoirien Mhoi-Ceul comédie en 5 tableaux de Bernard B. Dadié	13
254-265	Shibani K. A. Zaggout F. N	Electronic Specific Heat of Multi Levels Superconductors Based on the BCS Theory	14



266-301	خالد رمضان محمد الجربوع عطية صالح علي الربيعي	أعراض الشعر المستجدة في العصر العباسي	15
302-314	M. J. Saad, N. Kumaresan Kuru Ratnavelu	Oscillation Criterion for Second Order Nonlinear Differential Equations	16
315-336	صالح عبد السلام الكيلاني ساره مفتاح الزني فدوى خليل سالم	القيم الجمالية لفن الفسيفساء عند العرب	17
337-358	عبدالمعظم امحمد سالم	مفهوم السلطة عند المعتزلة وإخوان الصفاء	18
359-377	أسماء حامد عبدالحفيظ اعليجه	مستوى الوعي البيئي ودور بعض القيم الاجتماعية في رفعه لدى عينة من طلاب كلية الآداب الواقعة داخل نطاق مدينة الخمس.	19
378-399	بنور ميلاد عمر العماري	المؤسسات التعليمية ودورها في الوقاية من الانحراف والجريمة	20
400-405	Mohammed Ebraheem Attaweel Abdulah Matug Lahwal	Application of Sawi Transform for Solving Systems of Volterra Integral Equations and Systems of Volterra Integro-differential Equations	21
406-434	Eman Fathullah Abusteen	The perspectives of Second Year Students At Faculty of Education in EL-Mergib University towards Implementing of Communicative Approach to overcome the Most Common Challenges In Learning Speaking Skill	22
435-446	Huda Aldweby Amal El-Aloul	Sufficient Conditions of Bounded Radius Rotations for Two Integral Operators Defined by q-Analogue of Ruscheweyh Operator	23
447-485	سعاد مفتاح أحمد مرجان	مستوى الوعي بمخاطر التلوث البيئي لدى معلمي المرحلة الثانوية بمدينة الخمس	24
486-494	Hisham Zawam Rashdi Mohammed E. Attaweel	A New Application of Sawi Transform for Solving Ordinary differential equations with Variable Coefficients	25
495-500	محمد على أبو النور فرج مصطفى الهدار بشير على الطيب	استخدام التحليل الإحصائي لدراسة العلاقة بين أنظمة الري وكمية المياه المستهلكة بمنطقة سوق الخميس - الخمس	26
501-511	نرجس ابراهيم محمد شنيب	التقييم المنهجي للمواد الرياضية و الاحصائية نسبة الى المواد التخصصية لعلوم الحاسوب	27
512-536	بشري محمد الهيلي حنان سعيد العوراني عفاف محمد بالحاج	طرق التربية الحديثة للأطفال	28
537-548	ضو محمد عبد الهادي فاروق مصطفى ايور اوي زهرة صبحي سعيد نجاح عمران المهدي	دراسة للحد من التلوث الكهرومغناطيسي باستخدام مركب ثاني أكسيد الحديد مع بوليمر حمض الاكتيك	29



549-563	Ali ahmed baraka Abobaker m albaboh Abdussalam a alashhab	Cloud Computing Prototype for Libya Higher Education Institutions: Concept, Benefits and Challenges	30
564-568	Muftah B. Eldeeb	Euphemism in Arabic Language: The case with Death Expressions	31
569-584	Omar Ismail Elhasadi Mohammed Saleh Alsayd Elhadi A. A. Maree	Conjugate Newton's Method for a Polynomial of degree $m+1$	32
585-608	آمنة سالم عبد القادر قدرو آلاء عبدالسلام محمد سويسي ليلى علي محمد الجاعوك	الصحة النفسية وعلاقتها بتقدير الذات لدى عينة من طلبة كلية الآداب والعلوم / مسلاته	33
609-625	نجاه سالم عبد الله زريق	المساندة الاجتماعية لدى عينة من المعلمات بمدينة قصر الأخيار وعلاقتها ببعض المتغيرات الديموغرافية "دراسة ميدانية"	34
626-640	محمد سالم ميلاد العابر	"أي" بين الاسمية والفعلية عاملة ومعمولة	35
641-659	إبراهيم فرج الحويج	التمييز في القرآن الكريم سورة الكهف أنموذجا	36
660-682	عبد السلام ميلاد المركز رجعة سعيد الجنقاوي	الموارد الطبيعية و البشرية السياحية بمدينة طرابلس (بليبيا)	37
683-693	Ibrahim A. Saleh Abdelnaser S. Saleh Youssif S M Elzawiei Farg Gait Boukhrais	Influence of Hydrogen content on structural and optical properties of doped nano-a-Si:H/a-Ge: H multilayers used in solar cells	38
694-720	فرج رمضان مفتاح الشبيلي	أجوبة الشيخ علي بن أبي بكر الحضيري (ت: 1061 هـ - 1650 م)	39
721-736	علي خليفة محمد أجولي	مفهوم الهوية عند محمد أركون	40
737-742	Mahmoud Ahmed Shaktour	Current –mode Kerwin, Huelsman and Newcomb (KHN) By using CDTA	41
743-772	Salem Msauad Adrugi Tareg Abdusalam Elawaj Milad Mohamed Alhwat	University Students' Attitudes towards Blended Learning in Libya: Empirical Study	42
773-783	Alhusein M. Ezarzah Aisha S. M. Amer Adel D. El werfalyi Khalil Salem Abulsba Mufidah Alarabi Zagloom	Integrated Protected Areas	43
784-793	عبد الرحمن المهدي ابومنجل	المظاهرات بين المانعين والمجوزين	44
794-817	رضا القذافي بشير الاسمر	ترجيحات الامام الباجي من خلال كتابه المنتقي " من باب العناقة والولاء الى كتاب الجامع "	45



مجلة التربوي
Journal of Educational
ISSN: 2011- 421X
Arcif Q3

معامل التأثير العربي 1.5
العدد 20

818-829	Fadela M. Elzalet Sami A. S. Noba omar M. A. kaboukah	IDENTIFICATION THE OPTIMUM PRODUCTION PROCESS OF THE HYDROGEN GAS	46
830	الفهرس		