

# مجلة التربوي

مجلة علمية محكمة تصدر عن كلية التربية

جامعة المرقب

العدد الثالث عشر

يوليو 2018م

## هيئة التحرير

د. عطية رمضان الكيلاني	رئيس التحرير:
د. علي أحمد ميلاد	مدير التحرير:
م. عبد السلام صالح بالحاج	سكرتير المجلة:

المجلة ترحب بما يرد عليها من أبحاث وعلى استعداد لنشرها بعد التحكيم .  
المجلة تحترم كل الاحترام آراء المحكمين وتعمل بمقتضاها .  
كافة الآراء والأفكار المنشورة تعبر عن آراء أصحابها ولا تتحمل المجلة تبعاتها .  
يتحمل الباحث مسؤولية الأمانة العلمية وهو المسؤول عما ينشر له .  
البحوث المقدمة للنشر لا ترد لأصحابها نشرت أو لم تنشر .  
حقوق الطبع محفوظة للكلية .

#### بحوث العدد

- معالم منهج الإمام مالك في الاستدلال بأقوال الصحابة
- أثر الخلوة الصحيحة بالمعقود عليها
- اختلاف الصيغ الصرفية في القراءات القرآنية الواردة في معجم تاج العروس وأثره في المعنى
- اختلاف النحاة حول معنى (رُبّ) وحرفيته
- الإبداع البياني في المثل القرآني ( نماذج مختارة )
- كتاب "إبراهيم رحومة الصاري 1918- 1972 ترجمته ونتاجه الأدبي" عرض ونقد
- جهود الهادي الدالي في تحقيق مخطوط (السعادة الأبدية في التعريف بعلماء تنبكت البهية)
- المقومات الطبيعية للسياحة ودورها في التنمية المحلية المستدامة في منطقة الخمس
- مقومات السياحة التاريخية والاثريّة في شمال شرق ليبيا
- قراءة في نتائج مركز أورام مدينة مصراتة خلال الأعوام من 2013 وحتى 2015
- دور الأسرة في ترسيخ القيم الأخلاقية لدى الأطفال بمرحلة الطفولة المتأخرة
- علاقة الأخلاق بالسياسة عند الفارابي
- جرائم العنف في المجتمع الليبي
- انعكاسات غياب الأمن على التنمية في المجتمع الليبي بعد ثورة السابع عشر من فبراير (2011م)
- الصمود النفسي وعلاقته بأساليب مواجهة الضغوط (النفسية – الاجتماعية) لدى بعض من أمهات أطفال التوحد المترددات على مركز المقرّيف للتوحد بمدينة الخمس
- إضافة قيد وتأثير المعاملات cj,aij

- Comparative Study of Vector Space Model Techniques in Information Retrieval for Arabic Language
- Electrodeposition of semiconductors CuInTe<sub>2</sub>, Thin film solar cells
- Further Proof on Fuzzy Sequences on Metric Spaces
- The weibull distribution as mixture of exponential distributions
- Expressive Treatment of Post-Traumatic Stress Disorder (PTSD) in Sexually Abused Children
- English Students' Attitudes towards Studying English Poetry

- Vocabulary knowledge and English reading obstacles faced by Libyan Undergraduate students at Elmergib University
- Difficulties Encountered by some Libyan Third – Year Secondary School Students in Forming and Using English Future Tenses
- An Acoustic Study of Voice On Investigating the difference between the effects of inductive and deductive approach in teaching grammar for sixth grade students in Anahda primary School
- Using Data Mining techniques in tracking the students' behavior in the asynchronous e-learning systems



Salma O Irhuma, Fariha J Amer  
Faculty of Science Elmergib University, AlKhoms, Libya

### Abstract

In this paper we prove that if a finite number of crisp sequences converges to some limit then there exists a fuzzy sequence converges to the same limit, and the convers is true.

**Keywords:** Metric space; Fuzzy sequence.

### Introduction

The theory of fuzzy sets was introduced by Zadeh in 1965 [2], and since then there has been tremendous interest in the subject due to its diverse applications ranging from engineering and computer science to social behavior studies. Therefore, new concepts was introduced such as Fuzzy topological spaces in [3], Fuzzy metric spaces in [4].

As it is known, sequence in a metric space provides a natural framework for studying the paramount analyticities of a functions defined over them. Consequently, a new concept of fuzzy sequences in metric spaces, and convergent property established in [1].

The propose of this note is to prove the extension of theorem 8 stated in [1].

### Preliminaries:

**Definition:** Let  $X \neq \emptyset$ , A sequence  $f$  in  $X$  is a function from  $N$  to  $X$ . i.e:  $f: N \rightarrow X$ .

**Definition:** Let  $X \neq \emptyset$ . A fuzzy sequence  $F$  in  $X$  is defined as  $F: N \times X \rightarrow [0,1]$ .

**Example:** Let  $X = N$ ,  $F: N \times N \rightarrow [0,1]$  such as that  $F(n, x) = \frac{1}{2n+x^2}$  for all  $n \in N$  and  $x \in X$ . The following theorem gives the relation between the above concepts.

**Theorem:** Every crisp sequence in  $X$  is a fuzzy sequence in  $X$ .

### Proof

let  $X \neq \emptyset$ . Let  $S = \{f: f \text{ is a crisp in } X\}$ , and  $A = \{F: F \text{ is a fuzzy sequence in } X\}$ .

Define  $T: S \rightarrow A$ . Now choose any  $f \in S$  where  $f: N \rightarrow X$  and consider

$$F(n, x) = \begin{cases} 1; & f(n) = x \\ 0; & \text{otherwise} \end{cases}$$
, which is a fuzzy sequence. Now let  $f_1, f_2 \in S$  such that  $f_1 \neq f_2$ . Then there exists  $n_0 \in N$  where  $f_1(n_0) \neq f_2(n_0)$ . Let  $f_1(n_0) = x$ , and  $f_2(n_0) = y$ , which implies  $F(n_0, x) = 1$  and  $F(n_0, y) = 0$ . Hence  $T(f_1) \neq T(f_2)$ . Thus  $T$  is one-one. Therefore, every crisp sequence is a fuzz sequence.

**Result:** Converse of the previous theorem is not true.

**Example :** Let  $X = Z$ . Define  $F: N \times X \rightarrow [0,1]$  as  $F(n, x) = \frac{1}{n+x^2}$ . It is obvious that  $F$  is a fuzzy sequence but it is not a crisp sequence. The following theorem gives some conditions that make a fuzzy sequence be a crisp sequence.

**Theorem:** Let  $X \neq \emptyset$ . A fuzzy sequence  $F$  on  $X$  is a crisp sequence if satisfies the following.

1.  $F(n, x) = 0$  or  $1$  for all  $n \in N$  and for all  $x \in X$ .
2. For each  $n \in N$ , there exists unique  $x$  in  $X$  such that  $F(n, x) = 1$ .

### Proof

Let  $F$  be a fuzzy sequence on  $X$  satisfies the given conditions. Using condition 2, we can define a crisp sequence  $f$  on  $X$  as  $f(n) = x$  if  $F(n, x) = 1$ . Now we attempt to show  $F_f = F$ . In case  $F_f(n, x) = 1$  then  $f(n) = x$ . Then  $F(n, x) = 1$ . Hence  $F_f(n, x) = F(n, x)$ . If  $F(n, x) = 0$  this means  $f(n) \neq x$ , implies  $F(n, x) \neq 1$ . therefor

$F(n, x) = 0$ . Then  $F_f(n, x) = F(n, x)$ .  
 $X$  as  $F_f = F$ . Hence  $F$  is a crisp sequence.

Thus, there exists  $f: N \rightarrow$

**Convergence**

**Definition:** Let  $(X, d)$  be a metric space and let  $F$  be a fuzzy sequence on  $X$ . Let  $\alpha \in (0, 1]$ ,  $a \in X$ .  $F$  is converges to  $a$  at level  $\alpha$  if:

1. for each  $n \in N$ , there exists at least one  $x \in X$  as  $F(n, x) \geq \alpha$ .
2. Given  $\varepsilon > 0$ , there is  $n_0 \in N$  such that  $d(x, a) < \varepsilon$  for all  $n \geq n_0$  and for all  $x \in X$  with  $F(n, x) \geq \alpha$ .

**Example:** Take  $R$  with the usual metric.

Define  $F: N \times X \rightarrow [0, 1]$

as:  $F = \begin{cases} 1; & x = \frac{1}{n} \\ 0; & \text{otherwise} \end{cases}$ . The claim is  $F \rightarrow 0$ .

Take any  $\alpha \in (0, 1]$ :

1. for each  $n \in N$ ,  $x = \frac{1}{n} \in IR$  as  $F(n, \frac{1}{n}) \geq \alpha$ .
2. Let  $\varepsilon > 0$ . Take  $n_0 \in N$  such that  $n_0 > 1/\varepsilon$ . Let  $n \geq n_0$  and  $F(n, x) \geq \alpha$ .  
 $d(x, a) = |x - a| = |x - 0| = |x|$ .

$n \geq n_0$  and  $F(n, x) \geq \alpha \Rightarrow n > 1/\varepsilon$  and  $F(n, x) = 1 \Rightarrow n > 1/\varepsilon$  and  $x = \frac{1}{n}$ .

Hence  $d(x, a) = |x| = \left| \frac{1}{n} \right| = \frac{1}{n} < \varepsilon$ . Given  $\varepsilon > 0$  there exists  $n_0 \in N$  such that  $d(x, 0) < \varepsilon$  for all  $n \geq n_0$  and for all  $n \geq n_0$  and  $x \in X$  with  $n \geq n_0$  and  $F(n, x) \geq \alpha$ .

**Theorem:** Let  $f$  be a crisp sequence in a metric space  $X$ . Then  $f$  converges to 1 if and only if the fuzzy sequence  $F_f$  converges to 1 at some level  $\alpha > 0$ .

**Proof**

Let  $f$  be a crisp sequence in a metric space  $X$ . Then  $f$  can be considered as a fuzzy sequence  $F_f$  and let  $f$  converges to 1. Now take  $\alpha > 0$ . Let  $\varepsilon > 0$ . Therefore the crisp sequence  $f$  converges to 1, there exists  $n_0 \in N$  such that  $d(x_n, 1) < \varepsilon$  for all  $n > n_0$ . Note that  $F_f(n, x) = 0$  or  $F_f(n, x) = 1$  for all  $n \in N, x \in X$ .

1. For each  $n \in N, x = x_n$  as  $F_f(n, x) = 1 \geq \alpha$ .
2. When  $n > n_0$  and  $F_f(n, x) \geq \alpha$ , gives  $n > n_0$  and  $F_f(n, x) \geq \alpha$ . Which leads to  $x = x_n$ . Now  $d(x, 1) = d(x_n, 1) < \varepsilon$ . Given  $\varepsilon > 0$ , there exists  $n_0 \in N$  such that  $n \geq n_0$  and  $F_f(n, x) \geq \alpha$ , implies  $d(x, 1) < \varepsilon$ . Hence  $F_f$  converges to 1.

To prove the other side, let  $f$  be a crisp sequence in  $X$ . Let  $F_f$  be the corresponding fuzzy sequence. Let  $F_f$  converges to 1 at level  $\alpha > 0$ . Let  $\varepsilon > 0$  be given.

Since  $F_f$  converges to 1 there exists  $n_0 \in N$  such  $n \geq n_0$  and  $F_f(n, x) \geq \alpha$ , implies  $d(x, 1) \leq \varepsilon$ . Now  $F_f(n, x) \geq \alpha$  and  $\alpha > 0$  implies that  $F_f(n, x) = 1$ , then  $x = x_n$ . Hence  $d(x_n, 1) < \varepsilon$ .

Now, given  $\varepsilon > 0$  there exists  $n_0 \in N$  such that  $d(x_n, 1) < \varepsilon$  for all  $n \geq n_0$ . Hence the crisp sequence  $f$  converges to 1.

**Theorem:** Let  $a_n, b_n$  be two crisp sequences in a metric space  $X$ . Let  $F$  be the fuzzy sequence defined as  $F = \begin{cases} 1; & x = a_n \text{ or } x = b_n \\ 0; & \text{otherwise} \end{cases}$ .

Then  $F$  converges to 1 at any level  $\alpha > 0$  if and only if  $a_n, b_n$  converge to same limit 1.

**Proof**

Let  $a_n, b_n$  are crisp sequences converge to  $l$ . From the definition of  $F$ , for all  $n \in \mathbb{N}$  there exists  $a_n \in X$  such that  $F_f(n, a_n) = 1$ , therefore  $F_f(n, a_n) \geq \alpha$ . Since  $a_n$  converges to  $l$ , there exists  $n_1 \in \mathbb{N}$  such that  $d(a_n, l) < \varepsilon$  for all  $n \geq n_1$ . Since  $b_n$  converges to  $l$ , there, exists  $n_2 \in \mathbb{N}$  such that  $d(b_n, l) < \varepsilon$  for all  $n \geq n_2$ . Let  $n_0 = \max\{n_1, n_2\}$ . Now let  $n \geq n_0$  and  $F(n, a_n) \geq \alpha$ . Since  $\alpha > 0$ ,  $F(n, x) \geq \alpha$ , implies  $F(n, x) \geq 1$ , and hence  $x = a_n$  or  $x = b_n$ . Since  $n \geq n_1$ ,  $d(a_n, l) < \varepsilon$ . Since  $n \geq n_2$ ,  $d(b_n, l) < \varepsilon$ . Hence  $d(x, l) < \varepsilon$ . Therefore given  $\varepsilon > 0$ , there exists  $n_0 \in \mathbb{N}$  such that  $n \geq n_0$  and  $F(n, x) \geq \alpha$  implies  $d(x, l) < \varepsilon$ . Hence the fuzzy sequence  $F$  converges to  $l$  at any level  $\alpha > 0$ .

Conversely: Let  $\varepsilon > 0$ . As  $F$  converges to  $l$ , there is  $n_0 \in \mathbb{N}$  such that  $F(n, x) \geq \alpha$ ,  $n \geq n_0$ . Hence  $d(x, l) < \varepsilon$ . Let  $n \geq n_0$ ,  $F(n, x) = 1 \geq \alpha$ . Therefore  $d(a_n, l) < \varepsilon$ . Thus  $a_n$  converges to  $l$ . The convergence of  $b_n$  can be proven in a Similar way.

An extension of the previous theorem is stated next.

**Theorem:** Let  $\{a_n^k: k \in \{1, 2, \dots, m\}\}$  be a collection of crisp sequences in a metric space  $X$ . Let  $F$  be a fuzzy sequence in  $X$  defined as  $F(n, x) = 1$  if  $x = a_n^k$  for some  $k$ , and  $F(n, x) = 0$  otherwise.  $F$  converges if and only if for each  $k$ ,  $a_n^k$  converges to the same limit.

**Proof**

Let  $a_n^k \rightarrow l; k = \{1, 2, \dots, m\}$ . Let  $F$  be a fuzzy sequence in  $X$  defined as  $F(n, x) = \begin{cases} 1; & x = a_n^k \rightarrow l, k = \{1, 2, \dots, m\} \\ 0; & \text{otherwise} \end{cases}$ . By definition of  $F$ , for each  $n \in \mathbb{N}$  there exist  $a_n^k$  for each  $k$  such that  $F(n, a_n^k) = 1$ . Hence  $F(n, a_n^k) \geq \alpha$  for each  $k$ . Now let  $\varepsilon > 0$  be given. Since  $a_n^k$  converges to  $l$  for each  $k$ , there exists  $n_k \in \mathbb{N}$  such that  $d(a_n^k, l) < \varepsilon$  for all  $n \geq n_k$ . Now let  $n_0 = \max\{n_k\}$ . Now let  $n \geq n_0$ ,  $F(n, x) \geq \alpha$ . Since  $\alpha > 0$ ,  $F(n, x) \geq \alpha$  implies  $F(n, x) = 1$  and hence  $x = a_n^k$  for some  $k$ . Since  $n \geq n_k$  for each  $k$ , there  $d(a_n^k, l) < \varepsilon$ . Hence  $d(x, l) < \varepsilon$ .

Converse: Let  $\{a_n^k\}$  be a collection of crisp sequences in a metric space  $X$ ,  $k = \{1, 2, \dots, m\}$ . Let  $F$  be a fuzzy sequence defined as:  $F(n, x) = \begin{cases} 1; & x = a_n^k, \text{ for some } k \\ 0; & \text{otherwise} \end{cases}$

If  $F$  converges to  $l$  at some level  $\alpha > 0$ . Claim  $a_n^k$  converges to  $l$  for all  $k$ . Let  $\varepsilon > 0$  be given. Since  $F$  converges to  $l$ , there exists  $n_0 \in \mathbb{N}$  such that  $n \geq n_0$  and  $F(n, x) \geq \alpha$  implies  $d(x, l) < \varepsilon$ . Take  $n_k \geq n_0$ ,  $F(n, a_n^k) = 1 \geq \alpha$  For all  $k$ . Hence  $d(a_n^k, l) < \varepsilon$  for all  $k$ . Let  $n_0 = \max\{n_k, k = 1, 2, \dots, m\}$ . Hence  $d(a_n^k, l) < \varepsilon$ . Hence, given  $\varepsilon > 0$ , there exists  $n_0 \in \mathbb{N}$  such that  $d(a_n^k, l) < \varepsilon$  for all  $n \geq n_0$ . There for  $\{a_n^k\}$  converge to  $l$  for all  $k$ .

References

1. M. Muthukmary, A. Nagarajan, M. Murugalingam, "Fuzzy Sequences in Metric Spaces", Int. Journal of Math. Analysis, Vol. 8, 2014, no. 15, 699-706.
2. L. A. Zadeh, " Fuzzy sets", Information and control, 8(1965)338-353.
3. C.L. Chang, "Fuzzy topological spaces", J.Math.Anal.Appl.24(1968),182-190.
4. Zun Quan Xia, Fang-Fang Guo, "Fuzzy Metric Spaces", J. Appl. Math. Computing, Vol. 16(2004), no. 1-2. Pp. 371-381.

## الفهرس

الصفحة	اسم الباحث	عنوان البحث	ر.ت
4	فرج رمضان الشبيلي	معالم منهج الإمام مالك في الاستدلال بأقوال الصحابة	1
22	سليمان مصطفى الرطيل	أثر الخلوة الصحيحة بالمعقود عليها	2
47	محمد إمام أبو راس عبد الرحمن بشير الصابري	اختلاف الصيغ المصرفية في القراءات القرآنية الواردة في معجم تاج العروس وأثره في المعنى	3
62	امباركة مفتاح التومي عبير إسماعيل الرفاعي	اختلاف النحاة حول معنى (رُبَّ) وحرفيته	4
80	مصطفى رجب الخمري	الإبداع البياني في المثل القرآني ( نماذج مختارة)	5
108	ميلود مصطفى عاشور	كتاب "إبراهيم رحومة الصاري 1918-1972 ترجمته ونتاجه الأدبي" عرض ونقد	6
120	محمد مصطفى المنتصر	جهود الهادي الدالي في تحقيق مخطوط (السعادة الأبدية في التعريف بعلماء تنبكت البهية)	7
135	عمر إبراهيم المنشاز معتوق علي عون	المقومات الطبيعية للسياحة ودورها في التنمية المحلية المستدامة في منطقة الخمس	8
155	عبد السلام المركز	مقومات السياحة التاريخية والاثريّة في شمال شرق ليبيا	9
185	عطية رمضان الكيلاني سالمة عبد الله الأبيض	قراءة في نتائج مركز أورام مدينة مصراتة خلال الأعوام من 2013 وحتى 2015	10
211	أسماء حامد اعليجه	دور الأسرة في ترسيخ القيم الأخلاقية لدى الأطفال بمرحلة الطفولة المتأخرة	11
238	كميلة المهدي التومي	علاقة الأخلاق بالسياسة عند الفارابي	12
250	مفتاح ميلاد الهديف	جرائم العنف في المجتمع الليبي	13



273	بنور ميلاد عمر العماري	انعكاسات غياب الأمن على التنمية في المجتمع الليبي بعد ثورة السابع عشر من فبراير (2011م)	14
295	حواء بشير معمر أبو سطات حنان سعيد العوراني	الصمود النفسي وعلاقته بأساليب مواجهة الضغوط (النفسية - الاجتماعية) لدى بعض من أمهات أطفال التوحد المترددات على مركز المقريف للتوحد بمدينة الخمس	15
324	مناف عبدالمحسن عبدالعزيز	إضافة قيد وتأثير المعاملات (cj,aij)	16
340	Fatima F. M. Yahia Ahmed M. Abushaala	Comparitive Study of Vector Space Model Techniques in Information Retrieval for Arabic Language	17
345	G. E. A. Muftah A.M. Alshuaib E. M. Ashmila	Electrodeposition of semiconductors CuInTe <sub>2</sub> , Thin film solar cells	18
356	Salma O Irhuma Fariha J Amer	Further Proof on Fuzzy Sequences on Metric Spaces	19
360	Adel Ali Ewhida	The weibull distribution as mixture of exponential distributions	20
368	Khaled Meftah Gezait	Expressive Treatment of Post-Traumatic Stress Disorder (PTSD) in Sexually Abused Children	21
378	Khadija Ali Al Hapashy Amna Ali Al Mashrgy Hawa Faraj Al Borrki	English Students' Attitudes towards Studying English Poetry	22
389	Milad Ali	Vocabulary knowledge and English reading obstacles faced by Libyan Undergraduate students at Elmergib University	23
399	Najat Mohammed Jaber Suad Husen Mawal Aisha Mohammed Ageal	Difficulties Encountered by some Libyan Third – Year Secondary School Students in Forming and Using English Future Tenses	24

412	Naiema Farag Egneber Samah Abo-Dagh	An Acoustic Study of Voice On Investigating the difference between the effects of inductive and deductive approach in teaching grammar for sixth grade students in Anahda primary School	25
422	Salem Msaoud Adrugi Mustafa Almahdi Algaet Tareg Abdusalam Elawaj	Using Data Mining techniques in tracking the students' behavior in the asynchronous e-learning systems	26
432	الفهرس		27