



مجلة التربوي  
Journal of Educational  
ISSN: 2011- 421X  
Arcif Q3

معامل التأثير العربي 1.5  
العدد 20



# مجلة التربوي

## مجلة علمية محكمة تصدر عن كلية التربية

# جامعة المرقب

العدد العشرون  
يناير 2022م

هيئة تحرير  
مجلة التربوي

- المجلة ترحب بما يرد عليها من أبحاث وعلى استعداد لنشرها بعد التحكيم .
  - المجلة تحترم كل الاحترام آراء المحكمين وتعمل بمقتضاها .
  - كافة الآراء والأفكار المنشورة تعبر عن آراء أصحابها ولا تتحمل المجلة تبعاتها .
  - يتحمل الباحث مسؤولية الأمانة العلمية وهو المسؤول عما ينشر له .
  - البحوث المقدمة للنشر لا ترد لأصحابها نشرت أو لم تنشر .
- (حقوق الطبع محفوظة للكلية)



### ضوابط النشر:

- يشترط في البحوث العلمية المقدمة للنشر أن يراعى فيها ما يأتي :
- أصول البحث العلمي وقواعده .
  - ألا تكون المادة العلمية قد سبق نشرها أو كانت جزءا من رسالة علمية .
  - يرفق بالبحث تزكية لغوية وفق أنموذج معد .
  - تعدل البحوث المقبولة وتصحح وفق ما يراه المحكمون .
  - التزام الباحث بالضوابط التي وضعتها المجلة من عدد الصفحات ، ونوع الخط ورقمه ، والفترات الزمنية الممنوحة للتعديل ، وما يستجد من ضوابط تضعها المجلة مستقبلا .

### تنبيهات :

- للمجلة الحق في تعديل البحث أو طلب تعديله أو رفضه .
- يخضع البحث في النشر لأولويات المجلة وسياستها .
- البحوث المنشورة تعبر عن وجهة نظر أصحابها ، ولا تعبر عن وجهة نظر المجلة .

### Information for authors

- 1- Authors of the articles being accepted are required to respect the regulations and the rules of the scientific research.
- 2- The research articles or manuscripts should be original and have not been published previously. Materials that are currently being considered by another journal or is a part of scientific dissertation are requested not to be submitted.
- 3- The research articles should be approved by a linguistic reviewer.
- 4- All research articles in the journal undergo rigorous peer review based on initial editor screening.
- 5- All authors are requested to follow the regulations of publication in the template paper prepared by the editorial board of the journal.

### Attention

- 1- The editor reserves the right to make any necessary changes in the papers, or request the author to do so, or reject the paper submitted.
- 2- The research articles undergo to the policy of the editorial board regarding the priority of publication.
- 3- The published articles represent only the authors' viewpoints.





## Application of Sawi Transform for Solving Systems of Volterra Integral Equations and Systems of Volterra Integro-differential Equations

Mohammed Ebraheem Attaweel  
Mathematics Department  
Arts & Science Faculty –Gassr Khyar  
El Mergib University-Libya  
Meattaweel@elmergib.edu.ly

Abdulah Matug Lahwal  
Mathematics Department  
Faculty of Education–Al Khomss  
El Mergib University-Libya  
amlahwal@elmergib.edu.ly

**Abstract:** the Sawi transform is applied successfully in this paper to find the exact solutions of some systems of Volterra integral equations and some systems of Volterra integro-differential equations.

**Keywords:** *Sawi transform; Systems of Volterra integral equations; Systems of Volterra integro-differential equations.*

### 1. Introduction

In daily life most of advanced problems of basic Science and Engineering can be represented mathematically in the form of Volterra integral equation, Volterra integro-differential equations and systems of such equations. Integral Transform is very powerful Mathematical tool applied for solving differential equation and integral equation. Many transforms like, Aboodh transform [2], Elzaki transform [6], Kamal transform [1], Laplace transform [3], Mahgoub Transform [8], Mohand Transform [10] etc. are used to solve differential equations and Volterra integral equations. In [9] Mahgoub introduced new integral transform called as Sawi Transform.

The main aim of this study is to show the applicability of this interesting transform and its efficiency in solving some systems of Volterra integral equations and some systems of Volterra integro-differential equations.



## 2. Definitions and Standard Results

### 2.1 Sawi Transform [4,5,7,9]

**Definition:** A new transform called the Sawi transform defined for function of exponential order we consider functions in the set  $A$  defined by:

$$A = \{f(t): \exists M, K_1, K_2 > 0, |f(t)| < M e^{\frac{|t|}{K_j}}, \text{ if } t \in (-1)^j \times [0, \infty)\} \quad (1)$$

For a given function in the set  $A$ , the constant  $M$  must be finite number,  $K_1, K_2$  may be finite or infinite. Sawi Transform denoted by operator  $S(\cdot)$  defined by the integral equations

$$S[f(t)] = R(v) = \frac{1}{v^2} \int_0^\infty f(t) e^{-\frac{t}{v}} dt, t \geq 0, K_1 \leq v \leq K_2 \quad (2)$$

Where  $v$  is a parameter.

## 2. Some Properties of Sawi Transform

### 2.1 Linearity Property of Sawi Transform: [4,5,7,9]

If  $R_1(v)$  is Sawi transform of  $f_1(t)$  and  $R_2(v)$  is sawi transform of  $f_2(t)$  then

$$S[af_1(t) + bf_2(t)] = aS[f_1(t)] + bS[f_2(t)] = aR_1(v) + bR_2(v) \quad (3)$$

Where  $a, b$  are arbitrary constants .

### 2.2 Sawi Transform of the Derivatives [4,5,7,9]

Let  $S[f(t)] = R(v)$  then

$$\bullet S[f'(t)] = \frac{1}{v} R(v) - \frac{1}{v^2} f(0) \quad (4)$$

$$\bullet S[f''(t)] = \frac{1}{v^2} R(v) - \frac{1}{v^2} f'(0) - \frac{1}{v^3} f(0) \quad (5)$$

$$\bullet S[f^{(n)}(t)] = \frac{1}{v^n} R(v) - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f^{(k)}(0)}{v^{n-k+1}} \quad (6)$$



## 2.4 Change of Scale Property[4,5,7]

Let  $S[f(t) = R(v)$  then

$$S[f(at)] = aR(av) \quad (7)$$

## 2.5 Convolution Property [4,5,7]

Let  $f(t), g(t) \in A$  and  $S[f(t)] = F(v), S[g(t)] = G(v)$  then

$$S[f(t) * g(t)] = v^2 F(v)G(v) \quad (8)$$

$$\text{Where } f(t) * g(t) = \int_0^t f(t-x)g(x)dx = \int_0^t f(x)g(t-x)dx \quad (9)$$

## 3. Sawi Transform for Some Functions [4,5,7]

$f(t)$	$S[f(t)]$
1	$\frac{1}{v}$
$t$	1
$t^2$	$2v$
$t^n$	$n! v^{n-1}$
$e^{at}$	$\frac{1}{v(1-av)}$
$\sin at$	$\frac{a}{1+a^2 v^2}$
$\cos at$	$\frac{1}{v(1+a^2 v^2)}$
$\sinh at$	$\frac{a}{1-a^2 v^2}$
$\cosh at$	$\frac{1}{v(1-a^2 v^2)}$



#### 4. Applications [11]

**Example 1.** Solve the following system of Volterra integral equations by using Sawi transform

$$\begin{cases} -2 - 2x + 2e^x = \int_0^x ((x-s-1)\varphi(s) + (x-s+1)\psi(s))ds \\ -2 - 2x + 2x^2 + 2e^x = \int_0^x ((x-s+1)\varphi(s) + (x-s-1)\psi(s))ds \end{cases} \quad (10)$$

**Solution:** Taking Sawi transform of both sides of each equation in (10) gives

$$\begin{cases} \frac{-2}{v} - 2 + \frac{2}{v(1-v)} = v^2 \left(1 - \frac{1}{v}\right) S[\varphi] + v^2 \left(1 + \frac{1}{v}\right) S[\psi] \\ \frac{-2}{v} - 2 + 4v + \frac{2}{v(1-v)} = v^2 \left(1 + \frac{1}{v}\right) S[\varphi] + v^2 \left(1 - \frac{1}{v}\right) S[\psi] \end{cases} \quad (11)$$

Solving this system of equations for  $S[\varphi]$  &  $S[\psi]$  gives

$$S[\varphi] = \frac{2-v^2}{v(1-v)}, S[\psi] = \frac{v^2-2v+2}{v(1-v)} \quad (12)$$

By taking the inverse Sawi transform of both sides of each equation in (12), the exact solutions are given by

$$(\varphi, \psi) = (1 + x + e^x, 1 - x + e^x) \quad (13)$$

**Example 2.** Solve the following system of Volterra integral equations by using Sawi transform

$$\begin{cases} \zeta(x) = x^2 - \frac{1}{12}x^5 + \int_0^x ((x-s)^2\zeta(s) + (x-s)\eta(s))ds \\ \eta(x) = x^3 - \frac{1}{30}x^6 + \int_0^x ((x-s)^3\zeta(s) + (x-s)^2\eta(s))ds \end{cases} \quad (14)$$

**Solution:** Taking Sawi transform of both sides of each equation in (14) gives

$$\begin{cases} S[\zeta] = 2v - 10v^4 + 2v^3S[\zeta] + v^2 S[\eta] \\ S[\eta] = 6v^2 - 24v^5 + 6v^4 S[\zeta] + 2v^3S[\eta] \end{cases} \quad (15)$$

Solving this system of equations for  $S[\zeta], S[\eta]$  gives



$$S[\zeta] = 2v, S[\eta] = 6v^2 \quad (16)$$

By taking the inverse Sawi transform of both sides of each equation in (16), the exact solutions are given by

$$(\zeta, \eta) = (x^2, x^3) \quad (17)$$

**Example 3.** Solve the following system of Volterra integro-differential equations by using Sawi transform

$$\begin{cases} \Phi'(x) = 2 \cos x - e^x + \int_0^x (e^{x-s}\Phi(s) + e^{x-s}\Psi(s))ds, \Phi(0) = 0 \\ \Psi'(x) = 1 - x - \cos x + \int_0^x ((x-s)\Phi(s) - (x-s)\Psi(s))ds, \Psi(0) = 1 \end{cases} \quad (18)$$

**Solution:** Taking Sawi transform of both sides of each equation in (18) gives

$$\begin{cases} \frac{1}{v}S[\Phi] = \frac{2}{v(1+v^2)} - \frac{1}{v(1-v)} + \frac{v}{1-v}S[\Phi] + \frac{v}{1-v}S[\Psi] \\ \frac{1}{v}S[\Psi] - \frac{1}{v^2} = \frac{1}{v} - 1 - \frac{1}{v(1+v^2)} + v^2S[\Phi] - v^2S[\Psi] \end{cases} \quad (19)$$

Solving this system of equations for  $S[\Phi]$  &  $S[\Psi]$  gives

$$S[\Phi] = \frac{1}{1+v^2}, S[\Psi] = \frac{1}{v+v^3} \quad (20)$$

By taking the inverse Sawi transform of both sides of each equation in (20), the exact solutions are given by

$$(\Phi(x), \Psi(x)) = (\sin x, \cos x) \quad (21)$$

### Conclusion

In this work Sawi transform is applied to obtain the solution of some systems of Volterra integral equations and some systems of Volterra integro-differential equations. From applications, It can be concluded that Sawi transform is very powerful and efficient tool in finding the solution for a wide class of homogeneous and non-homogeneous systems of Volterra integral equations and Volterra integro-differential equations. Finally, all solutions obtained in this article have been checked by putting them back into the original system.



## REFERENCES

- [1] Abdelilah, K. and Hassan, S. (2016). The new integral transform “Kamal Transform”, *Advances in Theoretical and Applied Mathematics*, **11**(4), 451-458.
- [2] Aboodh, K.S. (2013). The new integral transform “Aboodh Transform”, *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*, **9**(1), 35-43.
- [3] Aggarwal, S., Gupta, A.R., Singh, D.P., Asthana, N. and Kumar, N.(2018). Application of Laplace transform for solving population growth and decay problems, *International Journal of Latest Technology in Engineering, Management & Applied Science*, **7**(9), 141-145.
- [4] Aggarwal, S., Sharma, S., and Vyas, A.(2009). Sawi transform of Bessel's functions with application for evaluating Definite integrals, *International Journal of Latest Technology in Engineering, Management & Applied Science*, **9**(7).12-18.
- [5] Attaweel, M.E. and Sultan, A.I.(2021). A new application of Sawi transform on some partial differential equations, *Journal of Sadda Aljamia*, **2**, 23-30.
- [6] Elzaki, T.M.(2011). The new integral transform “Elzaki Transform”, *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*, **1**, 57-64.
- [7] Frjani, J.S., Ikreea, A.H. and Attaweel, M.E.(2020). Sawi transform of some special functions, *Journal of Science and Technology Awlad Ali*, **1**(2), 1-8.
- [8] Mahgoub, M.A.M.(2016). The new integral transform “Mahgoub Transform”, *Advances in Theoretical and Applied Mathematics*, **1**(14), 81-87.
- [9] Mahgoub, M.A.M.( 2019). The new integral transform “Sawi Transform”, *Advances in Theoretical and Applied Mathematics*, **14**(1), 81-87.
- [10] Mohand, M. and Mahgoub, A.(2017). The new integral transform “Mohand Transform”, *Advances in Theoretical and Applied Mathematics*, **12**(2), 113 – 120.
- [11] Wazwaz, A. M. (2011). *Linear and nonlinear integral equations* ,Higher Education Press, Beijing.





## الفهرس

الصفحة	اسم الباحث	عنوان البحث	ر.ت
25-3	زهرة المهدي أبوراس فاطمة أحمد قناو	التسرب الدراسي لدي طلاب الجامعات	1
43-26	علي فرج حامد فاطمة جبريل القايد	استعمالات الأرض الزراعية في منطقة سوق الخميس	2
57-44	ابتسام عبد السلام كشيبي	تأثير صناعة الإسمنت على البيئة مصنع إسمنت لبدة نموذجاً دراسة في الجغرافية الصناعي	3
84-58	عطية صالح علي الربيعي خالد رمضان الجربوع منصور علي سالم خليفة	مفهوم الشعر عند نقاد القرن الرابع الهجري	4
106-85	فتحية علي جعفر أمنة محمد العكاشي ربيعة عثمان عبد الجليل	جودة الحياة لدى طلبة كلية التربية بالخميس	5
128-107	Ebtisam Ali Haribash A.A.H. Abd EL-Mwla	An Active-Set Line-Search Algorithm for Solving Multi-Objective Transportation Problem	6
140-129	مفتاح سالم ثبوت	آليات بناء النص عند بدر شاكر السياب قراءة في قصيدة تموز جيكور	7
155-141	مفتاح ميلاد الهديف جمعة عبد الحميد شنيب	الجرائم الالكترونية	8
176-156	Suad H. Abu-Janah	On the fine spectrum of the generalized difference operator over the Hahn sequence space $B(r, s)_h$	9
201-177	فوزية محمد الحوات سالمة محمد ضو	دراسة تأثير التضاد الكيميائي Allelopathy لمستخلصات بعض النباتات الطبية على نسبة الانبات ونمو نبات القمح Triticum aestivum L.	10
219-202	سليمة محمد خضر	الأعداد الضبابية	11
240-220	S. M. Amsheri N. A. Aboutfeerah	On a certain class of $P$ -valent functions with negative coefficients	12
241-253	Abdul Hamid Alashhab	L'écriture de la violence dans la littérature africaine et plus précisément dans le théâtre Ivoirien Mhoi-Ceul comédie en 5 tableaux de Bernard B. Dadié	13
254-265	Shibani K. A. Zaggout F. N	Electronic Specific Heat of Multi Levels Superconductors Based on the BCS Theory	14



266-301	خالد رمضان محمد الجربوع عطية صالح علي الربيعي	أعراض الشعر المستجدة في العصر العباسي	15
302-314	M. J. Saad, N. Kumaresan Kuru Ratnavelu	Oscillation Criterion for Second Order Nonlinear Differential Equations	16
315-336	صالح عبد السلام الكيلاني ساره مفتاح الزني فدوى خليل سالم	القيم الجمالية لفن الفسيفساء عند العرب	17
337-358	عبدالمعظم امحمد سالم	مفهوم السلطة عند المعتزلة وإخوان الصفاء	18
359-377	أسماء حامد عبدالحفيظ اعليجه	مستوى الوعي البيئي ودور بعض القيم الاجتماعية في رفعه لدى عينة من طلاب كلية الآداب الواقعة داخل نطاق مدينة الخمس.	19
378-399	بنور ميلاد عمر العماري	المؤسسات التعليمية ودورها في الوقاية من الانحراف والجريمة	20
400-405	Mohammed Ebraheem Attaweel Abdulah Matug Lahwal	Application of Sawi Transform for Solving Systems of Volterra Integral Equations and Systems of Volterra Integro-differential Equations	21
406-434	Eman Fathullah Abusteen	The perspectives of Second Year Students At Faculty of Education in EL-Mergib University towards Implementing of Communicative Approach to overcome the Most Common Challenges In Learning Speaking Skill	22
435-446	Huda Aldweby Amal El-Aloul	Sufficient Conditions of Bounded Radius Rotations for Two Integral Operators Defined by q-Analogue of Ruscheweyh Operator	23
447-485	سعاد مفتاح أحمد مرجان	مستوى الوعي بمخاطر التلوث البيئي لدى معلمي المرحلة الثانوية بمدينة الخمس	24
486-494	Hisham Zawam Rashdi Mohammed E. Attaweel	A New Application of Sawi Transform for Solving Ordinary differential equations with Variable Coefficients	25
495-500	محمد على أبو النور فرج مصطفى الهدار بشير على الطيب	استخدام التحليل الإحصائي لدراسة العلاقة بين أنظمة الري وكمية المياه المستهلكة بمنطقة سوق الخميس - الخمس	26
501-511	نرجس ابراهيم محمد شنيب	التقييم المنهجي للمواد الرياضية و الاحصائية نسبة الى المواد التخصصية لعلوم الحاسوب	27
512-536	بشري محمد الهيلي حنان سعيد العوراني عفاف محمد بالحاج	طرق التربية الحديثة للأطفال	28
537-548	ضو محمد عبد الهادي فاروق مصطفى ايور اوي زهرة صبحي سعيد نجاح عمران المهدي	دراسة للحد من التلوث الكهرومغناطيسي باستخدام مركب ثاني أكسيد الحديد مع بوليمر حمض الاكتيك	29



549-563	Ali ahmed baraka Abobaker m albaboh Abdussalam a alashhab	Cloud Computing Prototype for Libya Higher Education Institutions: Concept, Benefits and Challenges	30
564-568	Muftah B. Eldeeb	Euphemism in Arabic Language: The case with Death Expressions	31
569-584	Omar Ismail Elhasadi Mohammed Saleh Alsayd Elhadi A. A. Maree	Conjugate Newton's Method for a Polynomial of degree $m+1$	32
585-608	آمنة سالم عبد القادر قدرو آلاء عبدالسلام محمد سويسي ليلى علي محمد الجاعوك	الصحة النفسية وعلاقتها بتقدير الذات لدى عينة من طلبة كلية الآداب والعلوم / مسلاته	33
609-625	نجاه سالم عبد الله زريق	المساندة الاجتماعية لدى عينة من المعلمات بمدينة قصر الأخيار وعلاقتها ببعض المتغيرات الديموغرافية "دراسة ميدانية"	34
626-640	محمد سالم ميلاد العابر	"أي" بين الاسمية والفعلية عاملة ومعمولة	35
641-659	إبراهيم فرج الحويج	التمييز في القرآن الكريم سورة الكهف أنموذجا	36
660-682	عبد السلام ميلاد المركز رجعة سعيد الجنقاوي	الموارد الطبيعية و البشرية السياحية بمدينة طرابلس (بليبيا)	37
683-693	Ibrahim A. Saleh Abdelnaser S. Saleh Youssif S M Elzawiei Farag Gait Boukhrais	Influence of Hydrogen content on structural and optical properties of doped nano-a-Si:H/a-Ge: H multilayers used in solar cells	38
694-720	فرج رمضان مفتاح الشبيلي	أجوبة الشيخ علي بن أبي بكر الحضيري (ت: 1061 هـ - 1650 م)	39
721-736	علي خليفة محمد أجولي	مفهوم الهوية عند محمد أركون	40
737-742	Mahmoud Ahmed Shaktour	Current –mode Kerwin, Huelsman and Newcomb (KHN) By using CDTA	41
743-772	Salem Msauad Adrugi Tareg Abdusalam Elawaj Milad Mohamed Alhwat	University Students' Attitudes towards Blended Learning in Libya: Empirical Study	42
773-783	Alhusein M. Ezarzah Aisha S. M. Amer Adel D. El werfalyi Khalil Salem Abulsba Mufidah Alarabi Zagloom	Integrated Protected Areas	43
784-793	عبد الرحمن المهدي ابومنجل	المظاهرات بين المانعين والمجوزين	44
794-817	رضا القذافي بشير الاسمر	ترجيحات الامام الباجي من خلال كتابه المنتقى " من باب العنافة والولاء الى كتاب الجامع "	45



مجلة التربوي  
Journal of Educational  
ISSN: 2011- 421X  
Arcif Q3

معامل التأثير العربي 1.5  
العدد 20

818-829	Fadela M. Elzalet Sami A. S. Noba omar M. A. kaboukah	IDENTIFICATION THE OPTIMUM PRODUCTION PROCESS OF THE HYDROGEN GAS	46
830	الفهرس		