مجلة التربوي
Journal of Educational
ISSN: 2011- 421X
Arcif Q3

معامل التأثير العربي 1.5
العدد 19

مجلة التربوي

مجلة علمية محكمة تصدر عن كلية التربية

جامعة المرقب

العدد التاسع عشر

يوليو 2021م

هيئـــة تحريـر
مجلة التربوي

- **المجلة ترحب بما يرد عليها من أبحاث وعلى استعداد لنشرها بعد التحكيم .**
- **المجلة تحترم كل الاحترام آراء المحكمين وتعمل بمقتضاها .**
- **كافة الآراء والأفكار المنشورة تعبر عن آراء أصحابها ولا تتحمل المجلة تبعاتها .**
- **يتحمل الباحث مسؤولية الأمانة العلمية وهو المسؤول عما ينشر له .**
- **البحوث المقدمة للنشر لا ترد لأصحابها نشرت أو لم تنشر .**

(حقوق الطبع محفوظة للكلية)

ضوابط النشر:

يشترط في البحوث العلمية المقدمة للنشر أن يراعى فيها ما يأتي :

- أصول البحث العلمي وقواعده .
- ألا تكون المادة العلمية قد سبق نشرها أو كانت جزءا من رسالة علمية .
- يرفق بالبحث تزكية لغوية وفق أنموذج معد .
- تعدل البحوث المقبولة وتصحح وفق ما يراه المحكمون .
- التزام الباحث بالضوابط التي وضعتها المجلة من عدد الصفحات ، ونوع الخط ورقمه ، والفترات الزمنية الممنوحة للتعديل ، وما يستجد من ضوابط تضعها المجلة مستقبلا .

تنبيهات :

- للمجلة الحق في تعديل البحث أو طلب تعديله أو رفضه .
- يخضع البحث في النشر لأولويات المجلة وسياستها .
- البحوث المنشورة تعبر عن وجهة نظر أصحابها ، ولا تعبر عن وجهة نظر المجلة .

Information for authors

1- Authors of the articles being accepted are required to respect the regulations and the rules of the scientific research.
2- The research articles or manuscripts should be original and have not been published previously. Materials that are currently being considered by another journal or is a part of scientific dissertation are requested not to be submitted.
3- The research articles should be approved by a linguistic reviewer.
4- All research articles in the journal undergo rigorous peer review based on initial editor screening.
5- All authors are requested to follow the regulations of publication in the template paper prepared by the editorial board of the journal.

Attention

1- The editor reserves the right to make any necessary changes in the papers, or request the author to do so, or reject the paper submitted.
2- The research articles undergo to the policy of the editorial board regarding the priority of publication.
3- The published articles represent only the authors' viewpoints.

مجـلة الـتربـوي
Journal of Educational
ISSN: 2011- 421X
Arcif Q3

معامل التأثير العربي 1.5
العدد 19

تعامد الدوال الكروية المناظرة لقيم ذاتية على سطح الكرة

ربيعة عبد الله الشبير، عائشة أحمد عامـــر، عبير مصطفى الهصيك
قسم الرياضيات / كلية العلوم– الخمس
Rabeaa.shbear@elmergib.edu.ly

الملخص:

نستعرض في هذا البحث دراسة الدوال الكروية الناتجة من حل معادلة لابلاس لسطح كروي باستخدام فصل المتغيرات للمعادلة:

$$\Delta u = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2 sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(sin\theta\frac{\partial u}{\partial \theta}\right)+\frac{1}{r^2 sin^2\theta}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}=0$$

تحت تأثير الشروط الحدية:

$$\left.\begin{array}{c} Y(\theta,\varphi+2\pi)=Y(\theta,\varphi) \\ |Y(0,\varphi)|<\infty \quad , \quad |Y(\pi,\varphi)|<\infty \end{array}\right\}$$

ومن تم نستعين بدوال ليجاندر المرافقة من الرتبة m .

ومنها ندرس في هذا البحث اثبات تعامد الدوال الكروية المناظرة لقيم ذاتية مختلفة على سطح كرة باستخدام العلاقة:

$$\iint_{\Sigma} Y_2 \Delta_{\theta,\varphi} Y_1 \, d\Omega$$

حيث:

$$\Delta_{\theta,\varphi}=\frac{1}{sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}$$

$$d\Omega = sin\theta \, d\theta \, d\varphi$$

الكلمات المفتاحية: *الدوال الكروية, القيم الذاتية, دوال ليجاندر, معادلة أويلر, الكرة, فصل المتغيرات, التعامد، معادلة لابلاس.*

المقدمة:

نستعرض في هذا البحث تعامد الدوال الكروية المناظرة لقيم ذاتية على سطح الكرة.

لكي ندرس التعامد لهذه الدوال يجب أولاً معرفة الدوال الكروية وكيفية إيجادها.

يتم إيجاد الدوال الكروية بواسطة حل معادلة لابلاس في المتغيرات (r, θ, φ)لمنطقة كروية بطريقة فصل المتغيرات

$$\Delta u = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(sin\theta\frac{\partial u}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 sin^2\theta}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} = 0 \qquad (1)$$

نفرض أن: $u(r, \theta, \varphi) = R(r).Y(\theta, \varphi)$

بالتعويض في المعادلة (1) نحصل على معادلة أويلر التالية:

$$r^2 R` + 2rR`` - \lambda R = 0 \qquad (2)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{r^2 R` + 2rR``}{R}$$

ولتعيين $Y(\theta, \varphi)$ نحصل على:

$$\frac{1}{sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(sin\theta\frac{\partial Y}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{sin^2\theta}Y_{\varphi\varphi}`` + \lambda Y = 0$$

$$\Delta_{\theta,\varphi} Y + \lambda Y = 0 \qquad (3)$$

بالشرط الاضافي المتلخص في حدودية الدالة Y على كل السطح الكروي وكحالة خاصة فالدالة $Y(\theta, \varphi)$تحقق الشرط:

$$\left.\begin{array}{c} Y(\theta, \varphi + 2\pi) = Y(\theta, \varphi) \\ |Y(0, \varphi)| < \infty \quad , \quad |Y(\pi, \varphi)| < \infty \end{array}\right\} \qquad (4)$$

بالتالي فالحلول المحدودة للمعادلة(3) التي لها مشتقات متصلة حتى الرتبة الثانية تسمى بالدوال الكروية.

بحل المسألة (3) و(4) للدالة $Y(\theta,\varphi)$ بواسطة فصل المتغيرات $Y(\theta,\varphi)=\theta(\theta).\emptyset(\varphi)$

نحصل على المعادلة:

$$\emptyset`` + \mu\emptyset = 0 \quad \Longrightarrow \quad \mu = -\frac{\emptyset``}{\emptyset}\ , \qquad \mu < 0 \quad ,(\mu - const) \qquad (5)$$

وشروط الدورية

$$\theta(\theta).\emptyset(\varphi+2\pi) - \theta(\theta).\emptyset(\varphi) = 0$$

$$\theta(\theta).[\emptyset(\varphi+2\pi) - .\emptyset(\varphi)] = 0 \quad ,\theta(\theta) \neq 0$$

$$\emptyset(\varphi+2\pi) = \emptyset(\varphi)$$

والمسألة للدالة $\varphi(\varphi)$لها حل فقط عند قيم $\mu = m^2$ الصحيحة والحلول المستقلة خطياً هي الدوال $\cos(m\varphi), \sin(m\varphi)$

والمعادلة المميزة للمعادلة (5)

$$k^2 + \mu = 0 \quad \Rightarrow \quad k_{1,2} = \pm\sqrt{\mu}$$

إذا الحل العام يكون على الصورة:

$$\emptyset(\varphi) = C_1 \exp\left(\sqrt{-\mu}\varphi\right) + C_2 \exp\left(-(\sqrt{-\mu}\varphi)\right)$$

$$\emptyset(\varphi+2\pi) = C_1 \exp\left(\sqrt{-\mu}(\varphi+2\pi)\right) + C_2 \exp\left(-(\sqrt{-\mu}(\varphi+2\pi))\right)$$

بالتالي:

$$\emptyset(\varphi+2\pi) \neq \emptyset(\varphi)$$

- عندما $\mu = 0$ فإن:

$$\left.\begin{array}{c}\emptyset(\varphi) = C_1 + C_2\varphi \\ \emptyset(\varphi + 2\pi) = C_1 + C_2(\varphi + 2\pi)\end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad \varphi(\varphi + 2\pi) \neq \varphi(\varphi)$$

- عندما $\mu > 0$ فإن:

$$k_{1,2} = \pm i\sqrt{\mu}$$

$$\emptyset(\varphi) = C_1 \cos(\sqrt{\mu}\varphi) + C_2 \sin(\sqrt{\mu}\varphi)$$

$$\emptyset(\varphi + 2\pi) = C_1 \cos(\sqrt{\mu}(\varphi + 2\pi)) + C_2 \sin(\sqrt{\mu}(\varphi + 2\pi))$$

$$\Rightarrow \cos(\sqrt{\mu}(\varphi + 2\pi)) - \cos(\sqrt{\mu}\varphi) = 0$$

$$\Rightarrow 2\sin\left(\sqrt{\mu}(\frac{2\varphi + 2\pi}{2})\right) sin\left(\sqrt{\mu}\frac{2\pi}{2}\right) = 0$$

$$\sqrt{\mu}2\pi = k\pi \quad \Rightarrow \quad \mu = (\frac{k}{2})^2 = m^2$$

لتعيين الدالة $\theta(\theta)$ من المعادلة

$$\frac{sin^2\theta.\theta`` + sin\theta cos\theta\theta` + \lambda sin^2\theta.\theta}{\theta} = \mu$$

$$\frac{1}{sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left[sin\theta\frac{d\theta}{d\theta}\right] + \left[\lambda - \frac{\mu}{sin^2\theta}\right]\theta = 0$$

بشرطي المحدودية: $\theta = \pi$, $\theta = 0$

وباستخدام التحويل: $t = cos\theta$

والرمز الى: $X(t)|_{t=\cos\theta} = X(cos\theta) = \theta(\theta)$

نحصل للدالة $X(t)$ على معادلة الدوال المرافقة كالاتي:

$$\frac{d}{dt}\left[(1 - t^2)\frac{dX}{dt}\right] + \left[\lambda - \frac{m^2}{1 - t^2}\right]X = 0 \quad , -1 < t < 1$$

وهذ المعادلة تسمح بوجود حلول محدودة فقط عندما $\lambda = n(n + 1)$.

$$X(t)|_{t=\cos\theta} = P_n^{(m)}(t)\Big|_{t=\cos\theta} = P_n^{(m)}(cos\theta) = \theta(\theta) \quad , \quad m \leq n$$

$P_n^{(m)}(t)$: دالة ليجاندر المرافقة من الرتبة m.

بالتالي مجموعة الدوال الكروية الناتجة ذات الرتبة n

$$\left.\begin{array}{c} m=0 \quad Y_n^{(0)}(\theta,\varphi)=P_n(cos\,\theta) \\ m=1 \quad Y_n^{(-1)}(\theta,\varphi)=P_n^{(1)}(cos\,\theta)cos\varphi, Y_n^{(1)}(\theta,\varphi)=P_n^{(1)}(cos\,\theta)sin\varphi \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ m=k \quad Y_n^{(-k)}(\theta,\varphi)=P_n^{(k)}(cos\,\theta)coskx, Y_n^{(k)}(\theta,\varphi)=P_n^{(k)}(\theta,\varphi)sinkx \end{array}\right\} \quad (6)$$

$$, \quad k=(1,2,\ldots..n)$$

وعدد الدوال الكروية المختلفة من الرتبة nيساوي $2n+1$ والتركيبة الخطية من هذه الدوال الكروية (6) التي عددها $2n+1$ هي:

$$Y_n(\theta,\varphi)=\sum_{m=0}^{n}(A_{mn}cosm\varphi+B_{mn}sinm\varphi)P_n^{(m)}\,(cos\,\theta)$$

أو

$$Y_n(\theta,\varphi)=\sum_{m=-n}^{n}C_{mn}Y_n^{(m)}\,(\theta,\varphi)$$

حيث أن:

$$C_{mn}=\begin{cases}A_{mn} & , \quad m\le 0\\ B_{mn} & , \quad m>0\end{cases}$$

تعتبر ايضاً دالة كروية وتسمى بالتوافقية الكروية.

والدالة $Y_n^{(0)}=P_n(cos\,\theta)$ لا تعتمد على φ وتسمى بالدلة التوافقية المناطقية حيث $P_n(t)$ لها n من الاصفار داخل الفترة $(-1,+1)$ فإن السطح الكروي ينقسم الى $(n+1)$ من المناطق الفرضية التي داخلها تحتفظ الدالة التوافقية المناطقية باشارتها.

$$Y(\theta,\varphi)=\theta(\theta).\emptyset(\varphi), \qquad \theta(\theta)=P_n(cos\,\theta)$$

$$P_n^{(m)}(x)=(1-x^2)^{\frac{m}{2}}\frac{d^mP_n(x)}{dx^m}, \qquad \emptyset(\varphi)=\begin{cases}sinkx\\ coskx\end{cases}$$

$$Y_n^{(\pm k)} = sin^k\theta \left[\frac{d^k P_n(t)}{dt^k}\right]_{t=\cos\theta} \cdot \begin{cases} sink\varphi \\ cosk\varphi \end{cases}$$

- اما حل المسألة للدالة $R(r)$ في الصورة $R = r^\sigma$

من معادلة اويلر (2) حيث ان $\lambda = n(n+1)$ نحصل على المعادلة المميزة

$$\sigma(\sigma+1) - n(n+1) = 0$$

من هنا نعين قيمتين للعدد σ وهما:

$$\sigma = n \quad , \quad \sigma = -(n+1)$$

بالتالي فإن الحلان الخاصان لمعادلة لابلاس هما الدالتان:

$$\left.\begin{matrix} r^n Y_n^{(k)}(\theta,\varphi) \\ r^{-(n+1)} Y_n^{(k)}(\theta,\varphi) \end{matrix}\right\} \qquad (7)$$

ومن الواضح أن الدوال الكروية تعتبر قيماً لكثيرات الحدود التوافقية المتجانسة (7) على سطح الكرة التي نصف قطرها الواحد الصحيح.

سنقوم بأثبات أن الدوال الكروية المناظرة لقيم مختلفة من قيم λ تكون متعامدة على سطح الكرة Σ.

نفرض أن Y_1 , Y_2 تحققان المعادلتين:

$$\Delta_{\theta,\varphi} Y_1 + \lambda_1 Y_1 = 0 \quad , \quad \Delta_{\theta,\varphi} Y_2 + \lambda_2 Y_2 = 0 \qquad (8)$$

والأن ندرس العلاقة:

$$\iint_\Sigma Y_2 \Delta_{\theta,\varphi} Y_1 \, d\Omega$$

$$\iint_{\Sigma} \mathrm{Y}_2 \Delta_{\theta,\varphi} Y_1 \, \mathrm{d}\Omega$$

$$= \iint_{\Sigma} Y_2 \left[\frac{1}{sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(sin\theta \frac{\partial Y_1}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{sin^2\theta} \frac{\partial^2 Y_1}{\partial \varphi^2} \right]_1 \sin\theta \, \mathrm{d}\theta \, \mathrm{d}\varphi$$

$$\int_0^{2\pi} \left\{ Y_2 sin\theta \frac{\partial Y_1}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0}^{\pi} - \int_0^{\pi} sin\theta \frac{\partial Y_2}{\partial \theta} \frac{\partial Y_1}{\partial \theta} d\theta \right\} d\varphi + \int_0^{\pi} \frac{1}{sin\theta} \left\{ Y_2 \frac{\partial^2 Y_1}{\partial \varphi^2} \Big|_{\theta=0}^{2\pi} - \int_0^{2\pi} \frac{\partial Y_2}{\partial \varphi} \frac{\partial Y_1}{\partial \varphi} d\varphi \right\} d\theta$$

$$\because Y_n^{(\pm k)} = sin^k\theta \left[\frac{d^k P_n(x)}{dt^k} \right]_{t=\cos\theta} \cdot \begin{cases} sink\varphi \\ cosk\varphi \end{cases}$$

$$Y_2(2\pi, \theta) = Y_2(0, \theta) \quad , \quad \frac{\partial Y_1}{\partial \varphi}(2\pi, \theta) = \frac{\partial Y_1}{\partial \varphi}(0, \theta)$$

$$\therefore \iint_{\Sigma} \mathrm{Y}_2 \Delta_{\theta,\varphi} Y_1 \, \mathrm{d}\Omega$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} (-sin\theta) \frac{\partial Y_2}{\partial \theta} \frac{\partial Y_1}{\partial \theta} \mathrm{d}\theta \, \mathrm{d}\varphi$$

$$+ \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} (-\frac{1}{sin\theta}) \frac{\partial Y_2}{\partial \varphi} \frac{\partial Y_1}{\partial \varphi} \mathrm{d}\theta \, \mathrm{d}\varphi$$

$$= -\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left[\frac{\partial Y_1}{\partial \theta} \frac{\partial Y_2}{\partial \theta} + \frac{1}{sin^2\theta} \frac{\partial Y_1}{\partial \varphi} \frac{\partial Y_2}{\partial \varphi} \right] sin\theta \, \mathrm{d}\theta \, \mathrm{d}\varphi$$

$$\therefore \iint_{\Sigma} Y_2 \Delta_{\theta,\varphi} Y_1 \, d\Omega$$

$$= \iint_{\Sigma} \left[\frac{\partial Y_1}{\partial \theta} \frac{\partial Y_2}{\partial \theta} + \frac{1}{sin^2 \theta} \frac{\partial Y_1}{\partial \varphi} \frac{\partial Y_2}{\partial \varphi} \right] d\Omega \qquad (9)$$

وعلى سطح الكرة يكون:

$$\overrightarrow{gradu} = \sum_{j=1}^{3} \frac{1}{h_j} \frac{du}{dxj} \vec{i_j} \quad , \quad h_j = \sqrt{(\frac{\partial x}{\partial x_1})^2 + (\frac{\partial y}{\partial x_2})^2 + (\frac{\partial z}{\partial x_3})^2} \quad , j = 1,2,3$$

وتسمى المعاملات المقياسية لامى.

$$x_1 \sim r \quad , \quad x_2 \sim \theta \quad , \quad x_3 \sim \varphi$$

$$r = const \quad \Rightarrow \quad \frac{du}{dr} = 0 \quad , \quad r = R = 1$$

$$h_2 = \sqrt{(\frac{\partial x}{\partial \theta})^2 + (\frac{\partial y}{\partial \theta})^2 + (\frac{\partial z}{\partial \theta})^2}$$

$$= \sqrt{cos^2 \theta cos^2 \varphi + cos^2 \theta sin^2 \varphi + sin^2 \theta} = 1$$

$$h_3 = \sqrt{(\frac{\partial x}{\partial \varphi})^2 + (\frac{\partial y}{\partial \varphi})^2 + (\frac{\partial z}{\partial \varphi})^2} = \sqrt{sin^2 \theta sin^2 \varphi + sin^2 \theta cos^2 \varphi}$$

$$= sin \theta$$

$$\overrightarrow{gradu} = \vec{\nabla}_u = \frac{\partial u}{\partial \theta} \overrightarrow{i_\theta} + \frac{1}{sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \overrightarrow{i_\varphi}$$

حيث: x, y, z : الاحداثيات الكارتيزية, x_1, x_2, x_3 : الإحداثيات المنحنية المتعامدة.

ويمكن كتابة العلاقة (9) كالتالي:

$$\overrightarrow{\nabla Y_1} = \frac{\partial Y_1}{\partial \theta}\overrightarrow{i_\theta} + \frac{1}{sin\theta}\frac{\partial Y_1}{\partial \varphi}\overrightarrow{i_\varphi}$$

$$\overrightarrow{\nabla Y_2} = \frac{\partial Y_2}{\partial \theta}\overrightarrow{i_\theta} + \frac{1}{sin\theta}\frac{\partial Y_2}{\partial \varphi}\overrightarrow{i_\varphi}$$

$$\overrightarrow{\nabla Y_1}.\overrightarrow{\nabla Y_2} = \frac{\partial Y_1}{\partial \theta}.\frac{\partial Y_2}{\partial \theta} + \frac{1}{sin^2\theta}\frac{\partial Y_1}{\partial \varphi}.\frac{\partial Y_2}{\partial \varphi}$$

$$\therefore \iint_\Sigma Y_2 \Delta_{\theta,\varphi} Y_1 \, d\Omega = -\iint_\Sigma gradY_1 gradY_2 d\Omega$$

وبتغيير مكاني الدالتين Y_1, Y_2 في العلاقة (9) وطرح العلاقة الناتجة من العلاقة (9) نحصل على:

$$J = \iint_\Sigma \{Y_2 \Delta_{\theta,\varphi} Y_1 - Y_1 \Delta_{\theta,\varphi} Y_2\} d\Omega = 0 \qquad (10)$$

والعلاقتان (9) و (10) هما عبارة عن علاقتي جرين لمؤثر الدول الكروية.

ومن العلاقة (10) ينتج بسهولة تعامد الدالتين Y_1, Y_2 بالفعل، بالاستعانة بالمعادلتين (8) كالتالي:

$$\Delta_{\theta,\varphi} Y_1 = -\lambda_1 Y_1 \quad , \quad \Delta_{\theta,\varphi} Y_2 = -\lambda_2 Y_2$$

وبالتعويض في العلاقة(10)

$$J = \iint_\Sigma \{-\lambda_1 Y_1 Y_2 + \lambda_2 Y_1 Y_2\} d\Omega = 0$$

$$(\lambda_2 - \lambda_1) \iint_\Sigma Y_1 Y_2 d\Omega = 0$$

ومنها عندما $\lambda_2 \neq \lambda_1$ فإن:

$$\iint_{\Sigma} Y_1 Y_2 d\Omega = 0$$

$$\Rightarrow \quad \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} Y_1(\theta,\varphi) Y_2(\theta,\varphi) \sin\theta \, \mathrm{d}\theta \, \mathrm{d}\varphi = 0$$

وبذلك نكون قد أثبتنا تعامد الدوال الكروية المناظرة لقيم λ المختلفة.

المـــراجع:

1- د.ديفد . ل . باورز، ترجمة : د. القرماني أحمد – د. عوين علي ، مسائل القيم الحدية، الطبعة الاولى، دار إنتربرينت ليميتد للطباعة والنشر، مالطا، 1985.

2- ن. كشليكوف و أ. قلينيف و م. سميرنوف، معادلات الفيزياء الرياضية الجزئية، 1970.

3- أ. تيخونوف و أ. سامارسكي، ترجمة من الروسية: د. القرماني أحمد، معادلات الفيزياء الرياضية الجزء(1،2)، دار مير للطباعة والنشر، الاتحاد السوفييتي- موسكو، 1984.

4- جون أ. تيرني، ترجمة: د. القرمانى أحمد – د. سالم الفيتوري، المعادلات التفاضلية، منشورات جامعة الفاتح ســـــــــــــــــــــــ1989 ـــــــــــــنة.

5- رينشارد برونسون، ترجمة: د- فوق العادة فايز ، سلسلة المسائل المحلولة شوم في المعادلات التفاضلية.

6- موارى ر . شبيجل، ترجمة: د. العويضى حسن، سلسلة ملخصات شوم في الدوال المركبة و الرياضيات المتقدمة.

7- ايجاد الدوال الذاتية للمسائل الحدية ومن ثم دراسة التعامد والتواحد لهذه الدوال

"مجلة العلوم الانسانية والعلمية والاجتماعية"، كلية الآدابوالعلوم/ قصر الأخيار/ العدد الخامس يونيو 2018.

8- د.قاسيموف قربان-رازيف اعتيبار – شاحوت عياد، معادلات الفيزياء الرياضية، الطبعة الاولى، دار الخمس.

9- أ.د- شكر الله إميل ، المعادلات التفاضلية العادية و تحويلات لابلاس، دار النشر والطباعة موسسة بيتر للطباعة والتوريدات، الطبعة الثانية ســـ 2002ـــنة.

10-Deang . Duffy, Green's Functions With Applications, Chapman & Hall / CRC – 2001.

11- M . D . Raisinghania S . Chand & Companyltd, Advanced Differential Equations, Newddlhi - 2004

12- George F . Simmons Mc Graw – Hill , Inc, Differential Equations With Applications & Historical Notes Second Eddition .

مجـلة الـتربـوي
Journal of Educational
ISSN: 2011- 421X
Arcif Q3

معامل التأثير العربي 1.5
العدد 19

الفهـــــــــــرس

ر.ت	عنوان البحث	اسم الباحث	الصفحة
1	وضع الضاهر موضع الضمير ودلالته على المعنى عند المفسرين	يونس يوسف أبوناجي	1-23
2	دراسة استقصائية حول مساهمة تقنية المعلومات والإتصالات في نشر ثقافة الشفافية ومحاربة الفساد	محمد خليفة صالح خليفة محمود الجداوي	24-51
3	An Interactive GUESS Method for Solving Nonlinear Constrained Multi-Objective Optimization Problem	Ebtisam Ali Haribash	52-70
4	العوامل الخمسة الكبرى للشخصية وعلاقتها بالذكاء الوجداني لدى طلبة مرحلة التعليم الثانوي	احمد علي الهادي الحويج احمد محمد سليم معوال	71-105
5	في المجتمع الليبي التحضر وانعكاساته على الحياة الاجتماعية "دراسة ميدانية في مدينة الخُمس"	محمد عبد السلام دخيل	106-135
6	الاستعارة التهكمية في القرآن الكريم	سالم فرج زوبيك	136-158
7	دور الرياضات العملية الصوفية في تهذيب السلوك	أسماء جمعة القلعى	159-173
8	On Coefficient Bounds for Certain Classes of Analytic Functions	S. M. Amsheri N. A. Abouthfeerah	174-183
9	Fibrewise Separation axioms in Fibrewise Topological Group	N. S.Abdanabi	184-191
10	Investigating Writing Errors Made by Third Year Students at the Faculty of Education El-Mergib University	Samah Taleb Mohammed	192-211
11	SOLVE NONLINEAR HEAT EQUATION BY ADOMIAN DECOMPOSITION METHOD [ADM]	Omar Ali Aleyan Eissa Husen Muftah AL remali	212-221
12	قياس تركيز بعض العناصرالثقيلة في المياه الجوفية لمدينة مصراته	حسن احمد قرقد عبدالباسط محمد قريصة مصطفى الطويل	222-233
13	تعامد الدوال الكروية المناظرة لقيم ذاتية على سطح الكرة	ربيعة عبد الله الشبير عائشة أحمد عامـــر عبير مصطفى الهصيك	234-244
14	λ-Generalizations And $\mathfrak{g}$- Generalizations	Khadiga Ali Arwini Entisar Othman Laghah	245-255

256-284	خيري عبدالسلام حسين كليب عبدالسلام بشير اشتيوي بشير ناصر مختار كصارة	Impact of Information Technology on Supply Chain management	15
285-294	Salem H. Almadhun, Salem M. Aldeep, Aimen M. Rmis, Khairia Abdulsalam Amer	Examination of 4G (LTE) Wireless Network	16
295-317	نورالدين سالم قريبع	التجربة الجمالية لدى موريس ميرلوبوتي	17
318-326	ليلى منصور عطية الغويج هدى على التقبي	Effect cinnamon plant on liver of rats treated with trichloroethylene	18
327-338	Fuzi Mohamed Fartas Naser Ramdan Amaizah Ramdan Ali Aldomani Husamaldin Abdualmawla Gahit	Qualitative Analysis of Aliphatic Organic Compounds in Atmospheric Particulates and their Possible Sources using Gas Chromatography Mass Spectrometry	19
339-346	E. G. Sabra A. H. EL- Rifae	Parametric Tension on the Differential Equation	20
347-353	Amna Mohamed Abdelgader Ahmed	Totally Semi-open Functions in Topological Spaces	21
354-376	زينب إمحمد أبوراس حواء بشير بالنور	كتاب الخصائص لابن جني دراسة بعض مواضع الحذف من ت"392" المسمى: باب في شجاعة العربية	22
377-386	لطفية محمد الدالي	Least-Squares Line	23
387-397	نادية محمد الدالي ايمان احمد اخميرة	THEORETICAL RESEARCH ON AI TECHNOLOGIES FOR LEARNING SYSEM	24
398-409	Ibrahim A. Saleh Tarek M. Fayez Mustafah M. A. Ahmad	Influence of annealing and Hydrogen content on structural and optoelectronic properties of Nano-multilayers of a-Si:H/a-Ge: H used in Solar Cells	25
410-421	أسماء محمد الحبشي	The learners' preferences of oral corrective feedback techniques	26
422-459	آمنة محمد العكاشي ربيعة عثمان عبد الجليل عفاف محمد بالحاج فتحية علي جعفر	التقدير الإيجابي المسبق لفاعلية الذات ودوره في التغلب علي مصادر الضغوط النفسية " دراسة تحليلية "	27

460–481	Aisha Mohammed Ageal Najat Mohammed Jaber	English Pronunciation problems Encountered by Libyan University Students at Faculty of Education, Elmergib University	28
482–499	الحسين سليم محسن	The Morphological Analysis of the Quranic Texts	29
500–507	Ghada Al-Hussayn Mohsen	Cultural Content in Foreign Language Learning and Teaching	30
508–523	HASSAN M. ALI Mostafa M Ali	The relationship between *slyA* DNA binding transcriptional activator gene and *Escherichia coli* fimbriae and related with biofilm formation	31
524–533	Musbah A. M. F. Abduljalil	Molecular fossil characteristics of crude oils from Libyan oilfields in the Zalla Trough	32
534–542	سعدون شهوب محمد	تلوث المياه الجوفية بالنترات بمنطقة كعام، شمال غرب ليبيا	33
543–552	Naima M. Alshrif Mahmoud M. Buazzi	Analysis of Genetic Diversity of *Escherichia Coli* Isolates Using RAPD PCR Technique	34
553–560	Hisham mohammed alnaib alshareef aisha mohammed elfagaeh aisha omran alghawash abdualaziz ibrahim lawej safa albashir hussain kaka	The Emergence of Virtual Learning in Libya during Coronavirus Pandemic	35
561–574	Abdualaziz Ibrahim Lawej Rabea Mansur Milad Mohamed Abduljalil Aghnayah Hamza Aabeed Khalafllaa[3]	ATTITUDES OF TEACHERS AND STUDENTS TOWARDS USING MOTHER TONGUE IN EFL CLASSROOMS IN SIRTE	36
575–592	صالحة التومي الدروقي أمال محمد سالم أبوسته	دافع الانجاز وعلاقته بالرضا الوظيفي لدى معلمي مرحلة التعليم الأساسي "ببلدية ترهونة"	37
593–609	آمنة سالم عبد القادر قدورة نجية علي جبريل انبية	الإرشاد النفسي ودوره في مواجهة بعض المشكلات الأسرية الراهنة	38
610–629	Hanan B. Abousittash, Z. M. H. Kheiralla Betiha M.A.	Effect Mesoporous silica silver nanoparticles on antibacterial agent Gram- negative *Pseudomonas aeruginosa* and Gram-positive *Staphylococcus aureus*	39
630–652	حنان عمر بشير الرمالي	برنامج التربية العملية وتطويره	40
653–672	Abdualla Mohamed Dhaw	Towards Teaching CAT tools in Libyan Universities	41

42	سبل إعادة أعمار وتأهيل سكان المدن المدمرة بالحرب ومعوقات المصالحة الوطنية في المجتمع الليبي: مقاربة نفس–اجتماعية	عثمان علي أميمن سليمـــة رمضـــان الكوت زهـــرة عثمان البـــرق	673–700
43	Comparison of Different Indicators for Groundwater Contamination by Seawater Intrusion on the Khoms city, Libya	Abdulrhman Mohamed Egnebr	701–711
44	Hilbert Space and Applications	Elhadi A. A. Maree Abdualah Ibrahim Sultan Khaled A. Alurrfi	712–734
45	الموارد الطبيعية اللازمة لتحقيق التنمية الاقتصادية بشمال غرب ليبيا وسبل تحقيق الاستدامة	معتوق علي عون عمار محمد الزليطني عرفات المهدي قرينات	735–759
46	الخجل وعلاقته بمفهوم الذات لدى تلاميذ الشق الثاني بمرحلة التعليم الاساسي بمنطقة جنزور	سهام رجب العطوي هدى المبروك موسى	760–787
47	الصلابة النفسية ودورها الوقائي في مواجهة الضغوط النفسية	هنية عبدالسلام البالوص زهرة المهدي أبو راس	788–820
48	ودوره في الحد من التنمر التوجيه التربوي والإرشاد النفسي المدرسي	عبد الحميد مفتاح أبو النور محي الدين علي المبروك	821–847
52	**الفهرس**		848